

บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. เทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เป็นหลักสูตรที่คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้ดำเนินการพัฒนาหลังจากการใช้หลักสูตรการศึกษา พุทธศักราช 2551 เพื่อให้มีความเหมาะสม ชัดเจนยิ่งขึ้น ทั้งเป้าหมายของหลักสูตรในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน และกระบวนการนำหลักสูตรไปสู่การปฏิบัติ การกำหนดควิสัยทัศน์ จุดหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่ชัดเจน โดยมอบหมายให้เขตพื้นที่และสถานศึกษาที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน ใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เป็นกรอบและทิศทางในการพัฒนาหลักสูตรและจัดการเรียนการสอน ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการกล่าวถึง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สาระการเรียนรู้ของหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนในปีพุทธศักราช 2560 ได้มีการปรับปรุงหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 เป็นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) โดยมีการปรับปรุงในรายวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชาวิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์

ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ได้มีการปรับปรุงหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับประถมศึกษา จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยได้แยกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ออกจากสาระการเรียนรู้ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังคงประกอบไปด้วย 5 ทักษะเดิม ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ โดยกำหนดให้มีการประเมินความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการประเมินด้านเนื้อหาสาระ ดังจะเห็นได้จากการเปลี่ยนแปลงของตัวชี้วัดและผลการเรียนรู้ที่ระบุไว้ในหลักสูตร โดยกระทรวงศึกษาธิการ (2560 : 2) ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ไว้ดังนี้

1. จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2. การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560 : 2 - 3) กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 7 มาตรฐาน โดยจำแนกตามสาระ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และการนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และการนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และการนำไปใช้

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษา

ปีที่ 5

มาตรฐานและตัวชี้วัดที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ ได้แก่ ตัวชี้วัดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และสาระที่ผู้วิจัยสนใจคือ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต โดยมีมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และการนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และการนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยมีตัวชี้วัดดังนี้

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตาราง 1 ตารางแสดงตัวชี้วัด/สาระการเรียนรู้แกนกลางในสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต
 สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค. 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวนผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้
	ทศนิยม
1. เขียนเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นตัวประกอบของ 10 หรือ 100 หรือ 1,000 ในรูปทศนิยม	- ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยม - ค่าประมาณของทศนิยมไม่เกิน 3 ตำแหน่ง ที่เป็นจำนวนเต็ม ทศนิยม 1 ตำแหน่ง และ 2 ตำแหน่ง การใช้เครื่องหมาย \approx จำนวนนับและ 0 การบวก การลบ การคูณ และการหาร
2. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์	- การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บัญญัติไตรยางศ์
3. หาผลบวก ผลลบของเศษส่วนและจำนวนคละ	เศษส่วน และการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน - การเปรียบเทียบเศษส่วนและจำนวนคละ - การบวก การลบเศษส่วนและจำนวนคละ
4. หาผลคูณ ผลหารของเศษส่วนและจำนวนคละ	- การคูณ การหารของเศษส่วนและจำนวนคละ - การบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วนและจำนวนคละ
5. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน 2 ขั้นตอน	- การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนและจำนวนคละ
	การคูณ การหารทศนิยม
6. หาผลคูณของทศนิยมที่ผลคูณเป็นทศนิยมไม่เกิน 3 ตำแหน่ง	- การประมาณผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม
7. หาผลหารที่ตัวตั้งเป็นจำนวนนับหรือทศนิยมไม่เกิน 3 ตำแหน่ง และตัวหารเป็นจำนวนนับ ผลหารเป็นทศนิยมไม่เกิน 3 ตำแหน่ง	- การคูณทศนิยม - การหารทศนิยม - การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้
8. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา การบวก การลบ การคูณ การหาร ทศนิยม 2 ขั้นตอน	ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์
9. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ร้อยละไม่เกิน 2 ขั้นตอน	- การอ่านและการเขียนร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ - การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ
มาตรฐาน ค. 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้	
ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้
-	-
มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้	
ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้
-	-

จากตารางตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต ซึ่งประกอบด้วย 3 มาตรฐานตัวชี้วัด
ซึ่งผู้วิจัยสนใจ เรื่อง เศษส่วน สอดคล้องกับ (ค1.1 ป.5/3) มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลาย
ของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวนผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ
สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้ ตัวชี้วัดที่ 3 หาผลบวก ผลลบของเศษส่วนและจำนวนคละ
ในเนื้อหาตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางนั้น ยังต้องอาศัยทักษะกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้เรียนจำเป็นต้องมีความรู้ทางด้านเนื้อหา ความเข้าใจปัญหา ทิศวิเคราะห์
วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

พร้อมทั้ง ตรวจสอบความถูกต้อง เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกด้วย

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

สื่อและนวัตกรรมที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยสื่อหลายรูปแบบ ยกตัวอย่าง เช่น สื่อสำเร็จรูป สื่อที่ครูผลิตขึ้น เป็นต้น การสร้างสื่อ และนำสื่อมาใช้จึงควรสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลและความสนใจของนักเรียน ชุดกิจกรรมเป็นนวัตกรรมอีกรูปแบบหนึ่งที่มีความเหมาะสม เพราะสามารถออกแบบกิจกรรมได้อย่างหลากหลาย สารระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมมีดังนี้

ความหมายของชุดกิจกรรม

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ชุดของสื่อประสมที่จัดทำขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติในการเรียนการสอนซึ่งเหมาะสำหรับครูและนักเรียน นักการศึกษากล่าวถึงความหมายของชุดกิจกรรมไว้ ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2550 : 51) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง สื่อประสมตั้งแต่สองชนิดขึ้นไป อาจจัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ เนื้อหาและประสบการณ์ หรือจัดเป็นชุด ๆ บรรจุในกล่อง ซองหรือกระเป๋า ประกอบด้วย เนื้อหาสาระ บัตรคำสั่ง ใบงาน วัสดุอุปกรณ์ เอกสาร ใบความรู้ เครื่องมือหรือสื่อที่จำเป็น และแบบประเมินผลการเรียน

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2550 : 41) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง เอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการสอนหรือประกอบการเรียนในเนื้อหาวิชาใดวิชาหนึ่ง เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามที่หลักสูตรกำหนด

ทิสนา แคมมณี (2551 : 10) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง สื่อการสอนที่ผู้สอนสร้างขึ้น ประกอบด้วยสื่อวัสดุอุปกรณ์หลายชนิดประกอบเข้ากันเป็นชุด เพื่อเกิดความสะดวกต่อการใช้ในการเรียนการสอนและทำให้การเรียนการสอนบรรลุผลตามเป้าหมายของการเรียนรู้

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ (2552 : 14) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง นวัตกรรมที่ใช้จัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ นักเรียนจะได้ศึกษาและใช้สื่อต่าง ๆ ที่สร้างขึ้นเป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียน ประกอบด้วย คำแนะนำในการทำกิจกรรมนักเรียนได้ศึกษาชุดกิจกรรมด้วยตนเอง โดยครูเป็นที่ปรึกษาและให้คำแนะนำ จนกระทั่งนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2552 : 12) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง ชุดการเรียนการสอน ประเภทสิ่งตีพิมพ์และกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนทำกิจกรรมด้วยกระบวนการกลุ่ม ประกอบด้วย 9 องค์ประกอบได้แก่ 1) ชื่อกิจกรรม 2) คำชี้แจง 3) จุดประสงค์ 4) เวลาที่ใช้ 5) วัสดุอุปกรณ์ 6) เนื้อหาและใบความรู้ 7) สถานการณ์ 8) กิจกรรม และ 9) แบบทดสอบท้ายกิจกรรม

สุจิต เหมวัล (2555 : 33) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง สื่อการเรียนประเภทหนึ่ง ประกอบด้วย ชุดสื่อประสมที่มีการนำสื่อและกิจกรรมหลากหลายมาประกอบกัน เพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยมีจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ชัดเจน มีความสมบูรณ์ในตัวเอง เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรม ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้

บุญชม ศรีสะอาด (2556 : 50) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง สื่อประเภทที่ให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ตามความปรารถนา ประกอบด้วย บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม แบบฝึก ฯลฯ เพื่อให้นักเรียนใช้ประกอบการเรียนรู้นั้น ๆ

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่มีการนำกิจกรรมหลาย ๆ กิจกรรมที่มีความสอดคล้องกันประกอบกัน เพื่อฝึกปฏิบัติอย่างมีระบบและต่อเนื่อง โดยจัดเรียงสาระการเรียนรู้จากง่ายไปหายาก โดยจะมีทั้งชุดกิจกรรมสำหรับครูและชุดกิจกรรมสำหรับนักเรียน ซึ่งสามารถอำนวยความสะดวกให้กับครูนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้มีความรู้ ความเข้าใจ และบรรลุวัตถุประสงค์

ประเภทของชุดกิจกรรม

ชุดกิจกรรมได้มีการออกแบบไว้หลายประเภท ส่วนใหญ่จะคำนึงถึงความสะดวกในการนำไปใช้และสอดคล้องกับกิจกรรม นักวิชาการได้กล่าวถึง ประเภทของชุดกิจกรรม ดังนี้

ดวงแสง ณ นคร (2549 : 226 - 227) กล่าวถึงชุดกิจกรรมที่นำมาใช้จัดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมแบบบรรยาย เป็นสื่อสำเร็จรูปที่จัดสำหรับครูใช้ในการบรรยาย ประกอบด้วย สื่อการเรียนรู้อื่น ๆ ประกอบการบรรยายเพื่อเปลี่ยนบทบาทของครู เนื้อหาจะแบ่งหัวข้อและกิจกรรมตามลำดับขั้น สื่อที่ใช้อาจเป็นสื่อสิ่งพิมพ์ สื่อที่เหมาะสมกับนักเรียน เช่น แผ่นภาพ โปร่งใส สไลด์ ภาพยนตร์ อาจมีกิจกรรมกลุ่มให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม ส่วนใหญ่บรรจุในกล่องที่มีขนาดพอเหมาะ หากไม่สามารถบรรจุในกล่องได้จะต้องกำหนดไว้ในคู่มือ

2. ชุดกิจกรรมสำหรับกิจกรรมกลุ่ม หรือชุดกิจกรรมที่ใช้กับศูนย์การเรียนรู้ เป็นสื่อสำเร็จรูปที่ใช้ในการเรียน โดยเน้นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก ๆ

ประมาณ 5 - 7 คน ประกอบด้วย ชุดกิจกรรมย่อย ๆ ตามจำนวนศูนย์ ซึ่งสื่อการเรียนรู้จัดไว้ในรูปแบบสื่อประสม อาจเป็นสื่อรายบุคคลหรือสื่อสำหรับกลุ่มนักเรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกัน

3. ชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นสื่อสำเร็จรูปที่มีการจัดระบบ เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองตามลำดับขั้น ตามความสนใจและตามอัตราการเรียนของแต่ละบุคคลประเมินผล การเรียนได้ด้วยตนเอง ชุดกิจกรรมประเภทนี้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าเนื้อหาเพิ่มเติม ครูจะเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ นักเรียนอาจนำชุดกิจกรรมไปศึกษาเองที่บ้าน เป็นการส่งเสริมและฝึกฝนการรู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

ศิวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2550 : 51) กล่าวถึง ชุดกิจกรรมที่นำมาใช้จัดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมประกอบคำบรรยายของครู สำหรับเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ หรือการสอนที่มุ่งเน้นการปูพื้นฐานให้ทุกคนรับรู้และเข้าใจในเวลาเดียวกัน มุ่งในการขยายเนื้อหาสาระให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ช่วยลดเวลาในการอธิบายของครูและเพิ่มเวลาให้นักเรียนได้ปฏิบัติมากขึ้น

2. ชุดกิจกรรมกลุ่ม สำหรับการเรียนเป็นกลุ่มย่อย ประมาณกลุ่มละ 4 - 8 คน โดยใช้สื่อการเรียนรู้ที่บรรจุในชุดกิจกรรม ฝึกทักษะเนื้อหาวิชา นักเรียนมีโอกาสทำงานร่วมกัน ใช้ในการสอนกิจกรรมกลุ่ม เช่น การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ การสอนแบบศูนย์การเรียน เป็นต้น

3. ชุดกิจกรรมรายบุคคลหรือชุดกิจกรรมตามเอกัตภาพ สำหรับเรียนด้วยตนเอง คือ นักเรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ตามความต้องการและความสนใจ การทำความเข้าใจกับเนื้อหาวิชาเพิ่มเติม นักเรียนสามารถประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง ส่วนใหญ่จัดในลักษณะหน่วยการสอนย่อย หรือ โมดูล เช่น ชุดวิชาของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช เป็นต้น

ศุคนธ์ สินธพานนท์ (2551 : 16) กล่าวถึง ชุดกิจกรรมที่นำมาใช้จัดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมสำหรับครู ประกอบด้วย คู่มือครู สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลายมีการจัดกิจกรรมและสื่อประเภทการบรรยาย ชุดกิจกรรมมีเนื้อหาสาระวิชาเพียงหน่วยเดียวใช้กับนักเรียนทั้งชั้น แบ่งเป็นหัวข้อที่จะบรรยายมีการกำหนดกิจกรรมตามลำดับขั้น

2. ชุดกิจกรรมกลุ่ม เป็นการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้ร่วมกัน โดยปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในชุดกิจกรรม หรืออาจเรียนรู้ในชุดกิจกรรมศูนย์แต่ละศูนย์การเรียน จะมีชุดกิจกรรมในแต่ละหัวข้อย่อยของหน่วยการเรียนรู้ที่จะให้นักเรียนศึกษาแต่ละกลุ่ม จะหมุนเวียนศึกษาความรู้และทำกิจกรรมจนครบทุกศูนย์การเรียน

3. ชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง นักเรียนจะเรียนรู้ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ ซึ่งสามารถศึกษาได้ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน และเมื่อศึกษาครบตามขั้นตอนแล้ว นักเรียนสามารถประเมินผลการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

4. ชุดกิจกรรมแบบผสม เป็นชุดกิจกรรมที่มีการจัดกิจกรรมหลากหลายบางขั้นตอนครูอาจใช้วิธีบรรยายประกอบการใช้สื่อ บางขั้นตอนอาจให้นักเรียนศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองเป็นรายบุคคล และบางขั้นตอนอาจให้นักเรียนศึกษาความรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2552 : 114) ได้จำแนกประเภทของชุดการสอนหรือชุดกิจกรรมออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมประกอบการบรรยาย เป็นชุดกิจกรรมที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการสอนให้ครูใช้ประกอบการสอนแบบบรรยาย เพื่อลดบทบาทของครูให้น้อยลงและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ชุดกิจกรรมแบบนี้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวซึ่งใช้กับผู้เรียนทั้งชั้น โดยแบ่งเป็นหัวข้อที่จะบรรยายประกอบกิจกรรมไว้ตามลำดับขั้นสื่อที่ใช้จะเป็น แผ่นคำสอน สไลด์ประกอบเสียงบรรยายในเทป แผนภูมิ แผนภาพ ภาพยนตร์ โทรทัศน์หรือกิจกรรมกลุ่ม เป็นต้น

2. ชุดกิจกรรมสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งอาจจะจัดกิจกรรมในรูปแบบศูนย์การเรียนรู้หรือกลุ่มกิจกรรมโดยชุดกิจกรรมแต่ละชุดประกอบด้วยชุดกิจกรรมย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วยในแต่ละศูนย์ มีสื่อการเรียนหรือผลได้ครบชุดตามจำนวนนักเรียนในชุดกิจกรรมนั้น สื่อการเรียนอาจจะจัดในรูปแบบของรายบุคคลหรือผู้เรียนหนึ่งศูนย์ใช้ร่วมกันก็ได้ระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้ หากผู้เรียนมีปัญหาสามารถซักถามครูผู้สอนได้เสมอเมื่อจบการเรียนรู้แต่ละศูนย์แล้วผู้เรียนอาจจะสนใจการเรียนรู้เสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้โดยการศึกษากิจกรรมในศูนย์สำรองซึ่งเตรียมไว้สำหรับนักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มที่ทำกิจกรรมเสร็จก่อนคนอื่นหรือกลุ่มอื่นจะได้มีกิจกรรมอย่างอื่นตามเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ได้กว้างและลึก

3. ชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองตามความสามารถและความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาเสร็จแล้วก็จะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนสามารถปรึกษากันได้ สำหรับผู้สอนจะขอให้ความช่วยเหลือในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทางเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความสามารถของตนเอง เช่น กิจกรรมรายบุคคลอาจจะอยู่ในรูปของหน่วยการสอนย่อยหรือ “โมดูล” (Modules)

4. ชุดกิจกรรมทางไกล เป็นชุดกิจกรรมสำหรับผู้เรียนที่อยู่ต่างถิ่นต่างเวลามุ่งให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องเข้าชั้นเรียนประกอบด้วยสื่อสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุ กระจายเสียงวิทยุ โทรทัศน์ ภาพยนตร์และการสอนเสริมตามศูนย์ด้วยบริการการศึกษา เช่น ชุดการสอนทางไกล มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

ชุดจิต เหมวัล (2555 : 35) กล่าวถึง ชุดกิจกรรมที่นำมาใช้จัดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมประเภทสื่อสิ่งพิมพ์ จัดทำขึ้นเป็นชุด ๆ มี 2 ประเภท ได้แก่ ชุดกิจกรรมสำหรับครูและชุดกิจกรรมสำหรับนักเรียน
2. ชุดกิจกรรมประเภทวัสดุ อุปกรณ์ จัดทำเป็นชุด ๆ ให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามวัสดุประสงค์
3. ชุดกิจกรรมประเภทสื่ออิเล็กทรอนิกส์ เป็นการนำองค์ความรู้ด้านคอมพิวเตอร์และ กิจกรรม มาจัดทำในลักษณะเป็นแอปพลิเคชันเป็นชุด ๆ ปฏิบัติกิจกรรมตามโปรแกรมและขั้นตอนที่กำหนดไว้ในแอปพลิเคชันนั้น ซึ่งเป็นไปตามวัตถุประสงค์และเป้าหมายในการพัฒนาคุณภาพนักเรียน

จากการศึกษาประเภทของชุดกิจกรรม ผู้วิจัยได้นำมาสรุปประเภทของชุดกิจกรรมได้ ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมสำหรับครู เป็นชุดกิจกรรมที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนรู้ประกอบคำบรรยายของครู เพียง 1 หน่วยการเรียนรู้เพื่อปูพื้นฐานให้ผู้เรียนได้รู้และเข้าใจยิ่งขึ้น
2. ชุดกิจกรรมสำหรับนักเรียนหรือชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่จัดระบบเป็นขั้นตอน มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองตามความแตกต่างระหว่างบุคคล อาจศึกษาที่โรงเรียนหรือบ้านก็ได้ แล้วทำการประเมิน โดยทำแบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจในการศึกษาชุดกิจกรรมนั้น
3. ชุดกิจกรรมสำหรับครูและนักเรียน เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม อาจสอนแบบศูนย์การเรียน หรือสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์โดยมีสื่อการสอนบรรจุ ไว้ในชุดกิจกรรมแต่ละชุด เพื่อฝึกทักษะในเนื้อหาตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้

ดังนั้นชุดกิจกรรมแต่ละประเภทจะมีความเหมาะสมที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับบทบาทของครูและผู้เรียน โดยแต่ละประเภทจะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน มีผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

องค์ประกอบของชุดกิจกรรม

องค์ประกอบ คือ สิ่งต่าง ๆ ที่ใช้ประกอบเพื่อเป็นสื่งใหญ่ ทำให้เกิดเป็นรูปร่างขึ้น ดังนั้นชุดกิจกรรมที่นำมาใช้ในการฝึกทักษะย่อมมีรูปแบบหรือสาระที่เป็นองค์รวมให้เห็นอย่างเป็นรูปธรรม ดังแนวคิดของนักการศึกษาต่อไปนี้

ดวงแสง ณ นคร (2549 : 227) กล่าวว่า องค์ประกอบของชุดกิจกรรม สรุปได้ดังนี้

1. คู่มือครูและแบบปฏิบัติ สำหรับครูและนักเรียนที่ต้องเรียนจากชุดกิจกรรม
2. คำสั่งหรือการมอบหมายงาน เพื่อกำหนดแนวทางการเรียนให้กับนักเรียน
3. เนื้อหาสาระ ซึ่งแบ่งออกเป็นหน่วยย่อย ๆ ประกอบสื่อและกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งแบบกลุ่มและรายบุคคล ซึ่งกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. แบบประเมินผล เป็นการประเมินกระบวนการและผลการเรียนรู้ ในการประเมินกระบวนการ ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงาน ส่วนผลการเรียนรู้ ได้แก่ แบบทดสอบเพื่อตรวจสอบพื้นฐานความรู้เดิม

สุจิต เหมวัล (2555 : 46) กล่าวถึง องค์ประกอบของชุดกิจกรรม สรุปได้ดังนี้

1. ปกนอก
2. ปกใน
3. คำนำ
4. สารบัญ
5. สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
6. แบบทดสอบก่อนเรียน
7. ใบความรู้
8. ชุดกิจกรรม/ชุดฝึกกิจกรรม
9. แบบฝึกกิจกรรม
10. แบบทดสอบหลังเรียน
11. บรรณานุกรม
12. เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
13. เฉลย/แนวคำตอบชุดกิจกรรม
14. เฉลยทดสอบหลังเรียน
15. ปกหลัง

บุญชม ศรีสะอาด (2556 : 50 - 51) กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรม สรุปได้ดังนี้

1. คู่มือ สำหรับครูและนักเรียนที่ใช้ชุดกิจกรรม
2. คำสั่ง เพื่อเป็นแนวทางในการเรียน
3. เนื้อหาบทเรียนที่อยู่ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น เทป ชุดการ์ตูน ฯลฯ
4. กิจกรรมที่กำหนดให้นักเรียนได้ทำหรือค้นคว้าต่อจากที่เรียนแล้ว
5. แบบทดสอบ สำหรับประเมินผลเกี่ยวกับเนื้อหาของบทเรียนนั้น

ทิสนา แวมมณี (2560 : 10 - 12) กล่าวถึง องค์ประกอบของชุดกิจกรรมสำหรับครู สรุปได้

ดังนี้

1. ชื่อกิจกรรม ประกอบด้วย หมายเลข ชื่อ และเนื้อหา
2. คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายและลักษณะการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย
3. จุดมุ่งหมาย ระบุจุดมุ่งหมายที่สำคัญของกิจกรรม
4. ความคิดรวบยอด ระบุเนื้อหาของกิจกรรม
5. สื่อ ระบุวัสดุอุปกรณ์ที่จำเป็นในการดำเนินกิจกรรม
6. เวลา ระบุเวลาโดยประมาณ ว่ากิจกรรมควรใช้เวลาเพียงใด
7. ขั้นตอนดำเนินกิจกรรม เป็นส่วนที่ระบุวิธีการจัดกิจกรรมเป็นขั้นตอน ประกอบด้วย

ขั้นนำ ขั้นจัดกิจกรรม ขั้นสรุป ขั้นฝึกปฏิบัติ และขั้นประเมินผล

กล่าวโดยสรุป ได้ว่า องค์ประกอบของชุดกิจกรรมควรมี 3 ส่วนรายละเอียดสำคัญดังนี้ ส่วนที่ 1 ส่วนหน้า ได้แก่ คำชี้แจงและคำแนะนำในการใช้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และ จุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งส่วนที่ 1 เป็นเป้าหมายหลักที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จึงควรมี ข้อมูลที่ชัดเจน ส่วนที่ 2 กิจกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ แบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ แบบฝึก กิจกรรม แบบทดสอบหลังเรียน อาจจะแตกต่างกันไปในแต่ละวิชา หรือตามจุดเน้นของกิจกรรม ที่ครูออกแบบเอาไว้ ส่วนที่ 3 ส่วนหลัง ได้แก่ การอ้างอิง เฉลย ซึ่งควรมีคำตอบที่ชัดเจนแก่ครู และนักเรียน เพื่อให้มีความเข้าใจในเรื่องที่เรียน มีการอ้างอิงที่น่าเชื่อถือได้ นอกจากนี้ยังมี ส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ถ้าจัดทำเป็นรูปเล่มก็จะมีปกหน้า - หลัง คำนำ สารบัญ เป็นต้น

ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรม

การสร้างชุดกิจกรรมจะต้องดำเนินการตามขั้นตอนอย่างเป็นระบบ เครื่องมือที่ใช้มี คุณภาพและมีความน่าเชื่อถือ ดังแนวคิดของนักการศึกษาต่อไปนี้

ระพีพันธ์ โพธิ์ศรี (2549 : 5) กล่าวถึง การสร้างชุดกิจกรรมมีขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์ปัญหาและความต้องการเรียนรู้
2. ออกแบบชุดกิจกรรม

3. ตรวจสอบความถูกต้องของชุดกิจกรรม และแบบทดสอบหลังเรียน

4. ทดสอบภาคสนาม

5. ทดลองหาประสิทธิภาพ

สวิตช์ มูลค่า และอर्थย มูลค่า (2550 : 53 - 55) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการผลิตชุดการสอนไว้ 11 ขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดเรื่องเพื่อทำชุดการสอน อาจกำหนดตามเรื่องในหลักสูตรหรือกำหนดเรื่องใหม่ขึ้นมาก็ได้ การจัดแบ่งเรื่องย่อยจะขึ้นอยู่กับลักษณะของเนื้อหา และลักษณะการใช้ชุดการสอนนั้น การแบ่งเนื้อเรื่องเพื่อทำชุดการสอนในแต่ละระดับย่อมไม่เหมือนกัน

2. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจกำหนดเป็นหมวดหมู่วิชาหรือบูรณาการแบบสหวิทยาการ ได้ตามเหมาะสม

3. จัดเป็นหน่วยการสอน จะแบ่งเป็นกี่หน่วยหนึ่ง ๆ จะใช้เวลานานเท่าใดนั้น ควรพิจารณาให้เหมาะสมกับวัยและระดับชั้นผู้เรียน

4. กำหนดหัวเรื่อง จัดแบ่งหน่วยการสอนเป็นหัวข้อย่อย ๆ เพื่อสะดวกแก่การเรียนรู้ แต่ละหน่วยควรประกอบด้วยหัวข้อย่อย หรือประสบการณ์ในการเรียนรู้ประมาณ 4 - 6 หัวข้อ

5. กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการ ต้องกำหนดให้ชัดเจนว่าจะให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดหรือสามารถสรุปหลักการ แนวคิดอะไร ถ้าผู้สอนเองยังไม่ชัดเจนว่าจะให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อะไรบ้าง การกำหนดกรอบความคิด หรือหลักการก็จะไม่ชัดเจน ซึ่งจะรวมไปถึงการจัดกิจกรรม เนื้อหาสาระ สื่อและส่วนประกอบอื่น ๆ ก็จะไม่ชัดเจนไปด้วย

6. กำหนดจุดประสงค์การสอน หมายถึง จุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม รวมทั้งการกำหนดเกณฑ์การตัดสินผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ไว้ให้ชัดเจน

7. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ ต้องกำหนดให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะเป็แนวทางในการเลือกและผลิตสื่อการสอน กิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง กิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่าน การทำกิจกรรมตามบัตรคำสั่ง การตอบคำถาม การเขียนภาพ การทดลอง การเล่นเกม การแสดงความคิดเห็น การทดสอบ เป็นต้น

8. กำหนดแบบประเมินผล ต้องออกแบบประเมินผลให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้การสอบแบบอิงเกณฑ์ เพื่อให้ผู้สอนทราบว่าหลังจากผ่านกิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติแล้วผู้เรียนมีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงอย่างไร เช่น การอ่าน การทำกิจกรรมตามบัตรคำสั่ง การตอบคำถาม การเขียนภาพ การทดลอง การเล่นเกม การแสดงความคิดเห็น การทดสอบ เป็นต้น

9. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ผู้สอนใช้ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนในแต่ละหัวเรื่องเรียบร้อยแล้ว ควรจัดสื่อการสอนเหล่านั้นแยกออกเป็นหมวดหมู่ ก่อร่าง/แฟ้มที่เตรียมไว้ ก่อนนำไปหาประสิทธิภาพเพื่อหาความตรง ความเที่ยง ก่อนนำไปใช้ เรียกสื่อการสอนแบบนี้ว่า ชุดการสอน

10. สร้างข้อทดสอบก่อนและหลังการเรียนพร้อมทั้งเฉลย การสร้างข้อสอบเพื่อ ทดสอบก่อนและหลังเรียนควรสร้างให้ครอบคลุมเนื้อหาและกิจกรรมที่กำหนดให้เกิดการเรียนรู้ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์การเรียนรู้เป็นสำคัญ ข้อสอบไม่ควรมากเกินไปแต่ควรเน้นครอบคลุม สำคัญในประเด็นหลักมากกว่ารายละเอียดปลีกย่อย หรือถามเพื่อความจำเพียงอย่างเดียว และเมื่อสร้างเสร็จแล้วควรทำเฉลยไว้ให้พร้อมก่อนส่งไปหาประสิทธิภาพของชุดการสอน

11. หาประสิทธิภาพของชุดการสอน เมื่อสร้างชุดการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้วต้องนำชุดการสอนนั้น ๆ ไปทดสอบโดยวิธีการต่าง ๆ ก่อนนำไปใช้จริง เช่น ทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไข ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้อง ความครอบคลุมและความตรงของเนื้อหา เป็นต้น

สุจิต เหมวัล (2555 : 41) กล่าวถึง การสร้างชุดกิจกรรมมีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรและเอกสารประกอบการใช้หลักสูตร
2. วิเคราะห์หลักสูตร
3. วิเคราะห์นักเรียน
4. ศึกษาแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้าง พัฒนา และวิเคราะห์องค์ประกอบของชุดกิจกรรม
5. ศึกษาแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้
6. ศึกษาแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับจิตวิทยาพัฒนาการและจิตวิทยาการเรียนรู้
7. ออกแบบการสร้างชุดกิจกรรม
8. สร้างชุดกิจกรรม
9. นำชุดกิจกรรมไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความสอดคล้องสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ชุดฝึกกิจกรรม แบบทดสอบ โดยสอบถามความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน
10. นำชุดกิจกรรม ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC)
11. ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ
12. นำชุดกิจกรรมไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเล็ก จำนวน 3 คน แล้วนำไปวิเคราะห์ข้อมูลหาประสิทธิภาพ

13. นำชุดกิจกรรมไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มกลาง จำนวน 9 คน แล้วนำไปวิเคราะห์ข้อมูลหาประสิทธิภาพ

14. นำชุดกิจกรรมไปทดลองใช้ครั้งที่ 3 กับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มใหญ่ จำนวน 30 คน แล้วนำไปวิเคราะห์ข้อมูลหาประสิทธิภาพ

กล่าวโดยสรุป ลำดับขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างชุดกิจกรรมมีดังนี้ 1) ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตร 2) ศึกษาแนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้าง พัฒนา และวิเคราะห์องค์ประกอบของชุดกิจกรรม 3) กำหนดวัตถุประสงค์และเนื้อหา 4) ออกแบบการสร้างชุดกิจกรรม 5) สร้างชุดกิจกรรม 6) นำชุดกิจกรรมไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความสอดคล้องสาระการเรียนรู้ 7) นำชุดกิจกรรม ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) และ 8) นำชุดกิจกรรมไปทดลองใช้

การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม

การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมเป็นขั้นตอนที่ทำให้ชุดกิจกรรมมีความน่าเชื่อถือ โดยการผ่านกระบวนการตรวจสอบโดยวิธีการต่าง ๆ นักการศึกษาได้กล่าวถึงการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมไว้ ดังนี้

วาโร เฟ็งส์วส์ดี (2551 : 42) กล่าวถึง การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม มีดังนี้

1. เกณฑ์การหาประสิทธิภาพ คือ ระดับประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมที่ช่วยให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ของชุดกิจกรรม เป็นระดับที่ผู้ผลิตพอใจว่าชุดกิจกรรมมีประสิทธิภาพตามที่กำหนดไว้มีคุณค่านำไปใช้ได้

2. กำหนดเกณฑ์การหาประสิทธิภาพ กระทำได้โดยการประเมินพฤติกรรมของนักเรียน ซึ่งมี 2 ประเภทคือ

2.1 ประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) หมายถึง ประเมินพฤติกรรมย่อย ๆ จากการทำกิจกรรมของผู้เรียนในบทเรียนทุกกิจกรรม (ทุกกรอบ/ข้อ) หรือจากการที่นักเรียนได้อ่านบทเรียนถูกมากน้อยเพียงใดนั่นเอง

2.2 ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E_2) หมายถึง การประเมินผลลัพธ์ (Product) ของนักเรียน โดยพิจารณาจากผลการทดสอบหลังเรียน (Post-test)

ในการเขียนประสิทธิภาพของนวัตกรรมนั้นมักเขียนในลักษณะของ E_1/E_2 เช่น 70/70, 80/80, 90/90 เป็นต้น

3. ขั้นตอนทดลองหาประสิทธิภาพ เมื่อพัฒนาชุดกิจกรรมต้องนำไปหาประสิทธิภาพ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามขั้นตอนต่อไปนี้

3.1 การทดลองแบบเดี่ยว (1 : 1) เป็นการทดลองกับนักเรียน 3 คน คือ กลุ่มนักเรียนอ่อน ปานกลาง เก่ง โดยเริ่มกับคนเรียนอ่อนก่อน แล้วทำการปรับปรุงจึงนำไปทดลองกับคนเรียนปานกลางและเก่ง แต่ถ้าหากเวลาไม่เอื้ออำนวย สภาพการณ์ไม่เหมาะสมให้ทดลองคนเรียนอ่อนหรือปานกลางเพียงคนเดียว โดยปกติคะแนนที่ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์

3.2 การทดลองแบบกลุ่ม (1 : 10) เป็นการทดลองกับนักเรียน 6 - 10 คน โดยคละกันทั้งนักเรียนอ่อน ปานกลาง เก่ง เมื่อทดลองแล้วหาคะแนนประสิทธิภาพคะแนนจะเพิ่มขึ้น โดยเฉลี่ยห่างจากเกณฑ์ประมาณร้อยละ 10

3.3 การทดลองภาคสนาม (1 : 100) เป็นการทดลองกับนักเรียนทั้งชั้น ประมาณ 30 - 100 คน จะต้องมึนักเรียนทั้งเก่งและอ่อน เมื่อทดลองแล้วทำการปรับปรุงผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากต่ำกว่าเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 2.5 ให้ยอมรับ หากแตกต่างกันมากครูจะต้องทำการกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของวัตรกรรมใหม่ โดยยึดสภาพความจริงเป็นเกณฑ์

○ บุญชม ศรีสะอาด (2556 : 103) กล่าวถึง การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม มีดังนี้

1. ประสิทธิภาพของกระบวนการ (E₁) เป็นค่าที่บ่งบอกว่าชุดกิจกรรมนั้นสามารถพัฒนาให้นักเรียนให้เกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องหรือไม่ภายใต้สถานการณ์หรือกิจกรรมที่กำหนดให้โดยเก็บข้อมูลของจุดประสงค์การเรียนรู้ของชุดกิจกรรมหรือแผนการจัดการเรียนรู้เป็นระยะ ๆ ซึ่งสามารถสะท้อนให้เห็นถึงพัฒนาการและความงอกงามของนักเรียนได้ โดยทั่วไปคำนวณจากคะแนนที่ได้จากการทดสอบย่อย หรือคะแนนจากพฤติกรรมการเรียน

2. ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E₂) เป็นค่าที่บ่งบอกว่าชุดกิจกรรมนั้น สามารถส่งผลให้นักเรียนเกิดสัมฤทธิ์ผลหรือไม่ บรรลุวัตถุประสงค์หรือเป็นไปตามที่กำหนดไว้มากน้อยเพียงใด ซึ่งคำนวณจากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทุกคน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2556 : 11 - 12) กล่าวถึง ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ เมื่อผลิตสื่อหรือชุดการสอนขึ้น เป็นต้นฉบับแล้ว ต้องนำสื่อหรือชุดการสอนไปหาประสิทธิภาพตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1:1) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 1 - 3 คน โดยใช้เด็กอ่อน ปานกลาง และเด็กเก่ง ระหว่างทดสอบประสิทธิภาพให้จับเวลาในการประกอบกิจกรรม สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนว่า หงุดหงิด ทำหน้าจงน หรือทำท่าทางไม่เข้าใจหรือไม่ ประเมินการเรียนจากกระบวนการคือกิจกรรมหรือภารกิจและงานที่มอบให้ทำและทดสอบหลังเรียนนำคะแนนมาคำนวณหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระ กิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบ

หลังเรียนให้ดีขึ้น โดยปกติคะแนนที่ได้จากการทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยวนี้อาจได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์มาก แต่ไม่ต้องวิตกเมื่อปรับปรุงแล้วจะสูงขึ้นมาก ก่อนนำไปทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม ทั้งนี้ E_1/E_2 ที่ได้จะมีค่าประมาณ 60/60

2. การทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม (1:10) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 6 - 10 คน (ละผู้เรียนที่เก่ง ปานกลาง กับอ่อน) ระหว่างทดสอบประสิทธิภาพให้จับเวลาในการประกอบกิจกรรม สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนว่า หงุดหงิด ทำหน้าฉงน หรือทำท่าทางไม่เข้าใจหรือไม่ ประเมินการเรียนจากกระบวนการ คือ กิจกรรมหรือภารกิจและงานที่มอบให้ทำและประเมินผลลัพธ์คือการทดสอบหลังเรียนและงานสุดท้ายที่มอบให้นักเรียนทำส่งก่อนสอบประจำหน่วยให้นำคะแนนมาคำนวณหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระ กิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุง ในคราวนี้คะแนนของผู้เรียนจะเพิ่มขึ้นอีกเกือบเท่าเกณฑ์โดยเฉลี่ยจะห่างจากเกณฑ์ประมาณ 10% นั่นคือ E_1/E_2 ที่ได้จะมีค่า 70/70

3. การทดสอบประสิทธิภาพภาคสนาม(1:100) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียนทั้งชั้น (ปกติให้ใช้กับผู้เรียน 30 คน แต่ในโรงเรียนขนาดเล็กก่อนุโลมให้ใช้กับนักเรียน 15 คนขึ้นไป) ระหว่างทดสอบประสิทธิภาพให้จับเวลาในการประกอบกิจกรรม สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนว่า หงุดหงิด ทำหน้าฉงน หรือทำท่าทางไม่เข้าใจหรือไม่ หลังจากทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามแล้วให้ประเมินการเรียนจากกระบวนการ คือ กิจกรรมหรือภารกิจและงานที่มอบให้ทำและทดสอบหลังเรียน นำคะแนนมาคำนวณหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระ กิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น แล้วนำไปทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามซ้ำกับนักเรียนต่างกลุ่ม อาจทดสอบประสิทธิภาพ 2 - 3 ครั้ง จนได้ค่าประสิทธิภาพถึงเกณฑ์ขั้นต่ำ ปกติไม่น่าจะทดสอบเกินสามครั้ง ด้วยเหตุนี้ ชั้นทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามจึงแทนด้วย 1:100

กล่าวโดยสรุปคือ เกณฑ์ประสิทธิภาพ (E_1/E_2) ประกอบด้วย 2 ประเภท 1) ประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) และ 2) ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E_2) โดยกำหนดเกณฑ์ปกติของเนื้อหาที่เป็นความรู้ ความจำ จะตั้งไว้ 80/80, 85/85, 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะจะตั้งไว้ 70/70 หรือ 75/75 ซึ่งมีขั้นตอนในการหาประสิทธิภาพอยู่ 3 ขั้นตอนดังนี้ 1) การทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1:1) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 1 - 3 คน 2) การทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม (1:10) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 6 - 10 คน 3) การทดสอบ

ประสิทธิภาพภาคสนาม (1:100) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียนทั้งชั้น และเมื่อหาประสิทธิภาพของกระบวนการครบตามเกณฑ์ที่กำหนดแล้ว จึงสามารถนำไปทดสอบเพื่อหาประสิทธิภาพของผลลัพธ์ได้ต่อไป

ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นคำถามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องแปลความหมายจากโจทย์ปัญหาเพื่อให้ออกมาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ต้องผ่านการวิเคราะห์ ทำความเข้าใจปัญหา ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหา

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมปอง พรหมพิน (2543 : 15) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่สร้างขึ้นในลักษณะต่าง ๆ ประกอบด้วยข้อความหรือตัวเลข โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนใช้ทักษะและใช้กระบวนการเพื่อหาวิธีทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเทคนิคอื่น ๆ ประกอบกันเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 10) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งการแก้ปัญหาดัง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

วิชัย พาณิชยสวาย (2546 : 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจ และทักษะต่าง ๆ ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา หรือสถานการณ์นั้นอย่างเป็นกระบวนการ

อัญชลา โชติวุฒิเดชา (2553 : 46) ได้ให้ความหมายไว้ว่า สถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยต้องใช้ทักษะในการคิดหาคำตอบ และการตัดสินใจที่จะแก้ปัญหามาตามขั้นตอนด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบอย่างถูกต้อง

จากความหมายที่กล่าวสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามที่เป็นข้อความหรือตัวเลขที่นักเรียนใช้ทักษะและใช้กระบวนการเพื่อหาวิธีทางคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยทักษะทางภาษาเพื่อให้เข้าใจและนำมาตีความหมายแปลประโยคสัญลักษณ์และหาคำตอบด้วยกระบวนการคิดคำนวณ

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการหลายขั้นตอน ต้องผ่านการวิเคราะห์ ทำความเข้าใจปัญหา ทักษะในการแก้ปัญหารวมถึงการพิจารณาคำตอบ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1973 : 40) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบ จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน
2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วใช้ความรู้ประกอบกับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาในการวางแผนเพื่อให้ได้วิธีการในการหาคำตอบของปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือกระทำตามแผนที่วางไว้ จนได้คำตอบของปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่าครบถ้วน ถูกต้องทุกขั้นตอนหรือไม่ และคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่

ครูลิก และเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 280 - 281) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามนั้นคืออะไร
2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

ทรูทแมน และลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4 - 7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา คือ การตั้งคำถามถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อเสนอแนะให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหสามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วนแล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานสำเร็จลุล่วงเร็วและมีความสมบูรณ์

4. ประเมินแผนและคำตอบในขั้นตอนนี้ดำเนินการ โดย

4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่

4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา

4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่โดยวางแผนใช้วิธีการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้

4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหจะต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย

5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม

5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหอาจจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาคิดจะจดบันทึกการทำงานของเขไว้เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็ประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาคต่อไป สิ่งทีควรจดบันทึกได้แก่

6.1 แหล่งของปัญหา

6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด

6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ

6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาคือจะนำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้

6.5 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (2538 : 55) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหานั้นต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูปภาพ หรือแผนภูมิ

2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใดจะแก้ได้อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาคพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้นผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาค ที่ผู้แก้ปัญหาคมีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาค

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาคใหม่

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาคย้อนกลับไปที่ยขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาคมีวิธีแก้ปัญหาคอย่างอื่นอีกหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาคให้กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสมดีขึ้นกว่าเดิม

นวนน้อย เจริญผล (2542 : 38) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาค ซึ่งพัฒนามาจากหลักของ George Ploy นักคณิตศาสตร์ผู้มีชื่อเสียงทางด้าน Mathematical Discovery เพื่อเป็นแนวทางให้ครูนำไปประยุกต์ใช้โดยฝึกให้นักเรียน ได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาคเป็นขั้น ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์อย่างระมัดระวังและตัดสินใจว่าโจทย์ถามอะไร

ขั้นที่ 2 เลือกตัวแปรและพิจารณาความจริงใจที่โจทย์กำหนดให้เพื่อโยงไปสู่สิ่งที่

โจทย์ถาม

ขั้นที่ 3 เขียนสมการโดยอาศัยความจริงตามที่โจทย์กำหนด

ขั้นที่ 4 แก้สมการ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบโดยแทนค่าในโจทย์

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 96 - 97) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาค ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตาราง แผนภาพ ช่วยในการแก้ปัญหา บางครั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์

4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547 : 17) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุและหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีบางจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ต้องทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์โจทย์ปัญหาให้ได้ วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามที่วางแผนไว้ และตรวจสอบคำตอบ

การแก้ปัญหามathematicsตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา

การแก้ปัญหามathematicsตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ได้แบ่งเป็นขั้นตอนไว้ 4 ขั้นตอน นักวิชาหลายท่านได้ให้วิธีการ ขั้นตอนในการแก้ปัญหตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาไว้ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1957 : 16 - 27) ได้กล่าวถึงขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหามathematicsไว้ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาโดยพิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีสาระความรู้ที่เกี่ยวข้องบ้าง มีความเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และคำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด จนกระทั่งสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้าหากยังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดรูป เขียนแผนภูมิ หรือแยกแยะสถานการณ์โดยเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของนักเรียนเอง แล้วแบ่งเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไง นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น ซึ่งเป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่ และมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร
2. เคยพบโจทย์ปัญหาลักษณะนี้เมื่อไรและใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา
3. ถ้าอ่าน โจทย์ปัญหาครั้งแรกไม่เข้าใจควรอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้งแล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน ดังนั้นการวางแผนการแก้ปัญหาก็เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วนำมากำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิด คำนวณ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยพิจารณาและตรวจสอบว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ แล้วพิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมายกขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

พรรษา เชื้อวีระชน (2553 : 14) การเรียนการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้ได้รับคำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบรูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง ดังนั้น การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาจึงเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน โดยจัดกระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) นั่นคือเข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนและโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นบางส่วนซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ดังนั้นการเรียนการสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาจะเริ่มจากการนำโจทย์ปัญหาให้นักเรียนศึกษาทำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาโจทย์ปัญหาและบอกรายละเอียดจากตัวอย่างตามความเข้าใจของนักเรียน พิจารณาลักษณะของคำตอบและหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหานี้ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการจับใจความ ทักษะการตีความ และทักษะการแปลความ ดังนั้นแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาให้ถูกต้องตามวรรคตอนของโจทย์ปัญหา และบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีทั้งหมดกี่ตอน อะไรบ้างและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาต่าง ๆ เป็นอย่างดีแล้ว ถึงเริ่มขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนปัญหา ดังนี้

1. เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร
2. รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับ โจทย์ที่จะแก้หรือไม่ และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่
3. พิจารณาสິงที่ไม่รู้เลขใน โจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกันและดูว่าจะใช้วิธีแก้ปัญหาคือเคยประสบมาใช้กับ โจทย์ปัญหาที่กำลังแก้
4. ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้งและวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยประสบหรือไม่

การวางแผนแก้ปัญหาเป็นการตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่ง ซึ่งควรใช้เวลาและมีความละเอียดอ่อนในการวางแผนซึ่งจะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามากขึ้น การจัดกิจกรรมตามขั้นตอนนี้ควรฝึกให้เรียนรู้ยุทธวิธีการแก้ปัญหอย่างหลากหลาย เพื่อจะได้เป็นข้อมูลในการวางแผนการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหานั้น ๆ เนื่องจากโจทย์ปัญหาบางอย่างอาจเลือกใช้ยุทธวิธีใช้ในการแก้ปัญหาคู่กันหลายวิธี เช่น

1. เขียนแผนภาพ
2. จำลองสถานการณ์
3. เดาและตรวจสอบ
4. จดรายการที่ได้ลองคิดไว้
5. เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์
6. ค้นหารูปแบบหรือหาความสัมพันธ์
7. นำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นตอนการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือ สูตรที่เหมาะสมมาใช้

เมื่อนักเรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจ โจทย์และวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการลงมือปฏิบัติตามแผน โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำ ในการคิดคำนวณหาคำตอบนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง การแก้สมการ เป็นต้น ในการเขียนแสดงวิธีทำก็เช่นเดียวกันนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการย่อความและสรุปความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อนำมาเขียนข้อความแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนสุดท้ายครูผู้สอนส่วนใหญ่ มักมองข้ามความสำคัญของขั้นนี้ เนื่องจากปัจจุบันมักจะให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการในการคิดหาวิธีที่ถูกต้อง จึงมีแนวโน้มว่าครูจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อได้ผลลัพธ์แล้ว ครูไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมในแบบฝึกทักษะให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบและพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่ แต่ครูอาจจะให้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในลักษณะต่อไปนี้ เช่น

1. วิธีการที่ใช้แก้ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
2. ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์กล่าวถึงครบหรือไม่
3. สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นความจริงหรือไม่
4. วิธีการที่นักเรียนใช้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ได้บ้างหรือไม่

อัมพร ม้าคนอง (2554 : 41) การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของโพลยา นับเป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและนักเรียนคุ้นเคยและถูกใช้มานานมากในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในทางปฏิบัติการดำเนินการตามกระบวนการนี้อาจทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลในขั้นตอนย้อนกลับ ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับรวดเร็วขึ้น และไม่ให้นักเรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้นักเรียนมีหลักคิด ทำให้นักเรียนได้ฝึก การแก้ปัญหายังเป็นระบบ มีการวางแผนและกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง

○ กรองทอง ไครีรี (2554 : 1 - 2) การนำยุทธวิธีการทำโจทย์ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน มาประยุกต์ใช้กับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล มีดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) อ่านโจทย์อย่างน้อย 3 ครั้ง

ครั้งที่ 1 อ่านในใจ

ครั้งที่ 2 อ่านแล้วจดข้อความสำคัญ

ครั้งที่ 3 อ่านแล้วตั้งคำถามย่อย

ขั้นตอนนี้เป็นการเริ่มให้นักเรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนอ่าน หรือพิจารณาโจทย์ปัญหา ทำให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์โดยสามารถบอกรายละเอียด ของโจทย์ปัญหาได้ว่า เป็นเรื่องราวเกี่ยวกับอะไร บอกสิ่งที่โจทย์กำหนด และบอกสิ่งที่โจทย์ถาม ช่วยให้นักเรียนเข้าใจโจทย์มากขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผน (Devising a Plan) วางแผนการวาดรูปบาร์โมเดลเป็นขั้นที่ค้นหา ความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ อาศัยหลักการวางแผนวาดรูปบาร์โมเดล เป็นการวางแผน การวาดรูปบาร์โมเดล เพื่อให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ข้อความจาก โจทย์ปัญหามาเชื่อมโยงกับ ความคิดวิเคราะห์หลักคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้ววาดออกมาเป็นรูปบาร์โมเดล ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจเกิดความคิดรวบยอดและสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เรียนสามารถ ทำโจทย์ปัญหาได้อย่างง่ายและถูกต้อง

ขั้นที่ 3 ขั้นแสดงวิธีทำและลงมือคำนวณ (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นตอนที่จะลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีทำ (Looking Back) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปที่ขั้นต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหามาพิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาก็จะรัดกุม ชัดเจน เหมาะสมยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา เป็นกระบวนการที่มีความต่อเนื่องและเกี่ยวข้องกันทุกขั้นตอน ซึ่งขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา มี 4 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจโจทย์ ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติตามแผน และการตรวจสอบ ชุดกิจกรรมจึงจำเป็นต้องจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ดำเนินการไปตามขั้นตอน เพื่อให้ผู้เรียนมีกระบวนการการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ และได้ทำความเข้าใจ และวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาให้ออกมาเป็นรูปธรรมได้อย่างชัดเจน หาคำตอบที่ถูกต้อง และยังสามารถมองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบคำตอบได้อีกครั้ง อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น ส่งผลไปถึงนักเรียนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

เทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล

เทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล (Bar Model) เป็นยุทธวิธีในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถมองโจทย์จากนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ดังที่นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

ความหมายของบาร์โมเดล

แบน เฮอร์ (Ban Her, 2008 : 174) ได้กล่าวว่า บาร์โมเดลเป็นยุทธวิธีที่ส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหาเป็นอย่างมาก ซึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาในสิงคโปร์ บางครั้งอ้างอิงใน “Singapore Math” โดยประเทศอื่น ๆ ใช้บล็อกสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดแตกต่างกันแทนสิ่งที่รู้ค่าและไม่รู้ค่าโจทย์ปัญหานั้น ๆ และบาร์โมเดลใช้แนะนำความคิดรวบยอดของพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา

เฟอร์รุชชี (Ferrucci, 2008 : 196) กล่าวว่า บาร์โมเดลเป็นวิธีการแก้ปัญหามathematics วิธีหนึ่งที่ใช้การวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นแบบจำลองในการแก้ปัญหามาและพัฒนาการคิดทางพีชคณิตของนักเรียน โดยใช้การวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดแตกต่างกันแทนค่าในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการถาม

หวอง (Wong. 2009 : 57) ได้กล่าวว่า บาร์โมเดลเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้โมเดลเป็นการสื่อสารการจัดการเรียนรู้เพื่อเชื่อมโยงไปสู่ยุทธวิธีที่ส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้เข้าใจคำถามและคำนวณหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

มาโฮนี (Mahoney. 2012 : 22) ได้กล่าวว่า บาร์โมเดลเป็นยุทธวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ผังภาพเพื่ออธิบายโจทย์ปัญหาจำนวนเต็ม

กรองทอง ไคริริ (2554 : 2) ได้กล่าวว่า บาร์โมเดลเป็นยุทธวิธีการทำโจทย์ปัญหา โดยการประยุกต์ใช้เข้ากับกระบวนการการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา เพื่อให้ให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ข้อความจากโจทย์ปัญหานั้นมาเชื่อมโยงกับความคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้ว วาดออกมาเป็นรูปบาร์โมเดล ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงความคิดรวบยอดและสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างง่ายและถูกต้อง

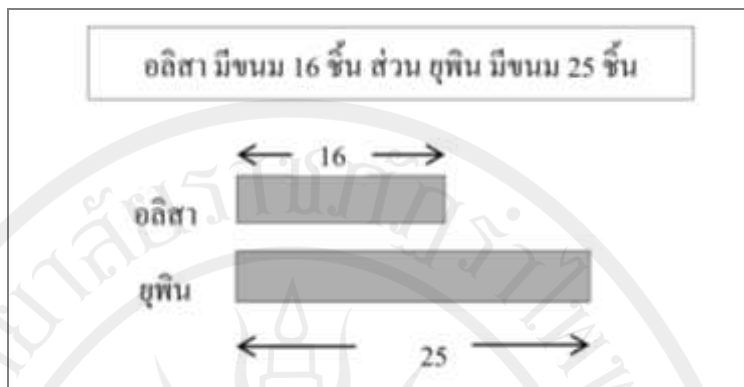
จากความหมายของ บาร์โมเดล สรุปได้ว่า บาร์โมเดลเป็นยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งใช้การวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า การวาดแบบจำลอง แทนสิ่งที่รู้ค่าและไม่รู้ค่าในโจทย์ปัญหานั้น ๆ ช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์โดยตรงมองโจทย์ได้เป็นรูปธรรม เพื่อความเข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเข้าใจคำถามและค้นหาคำตอบได้ง่ายขึ้น ส่งผลให้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ประเภทของบาร์โมเดล

บาร์โมเดล เป็นยุทธวิธีในการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาให้ออกมาเป็นรูปภาพ เพื่อให้การวิเคราะห์โจทย์ปัญหานั้น มองภาพได้ง่ายขึ้น ซึ่งมีอยู่หลายประเภท ดังนี้

กรองทอง ไคริริ (2554 : 2 - 5) ได้กล่าวว่า บาร์โมเดลเป็นวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่มีต้นกำเนิดมาจากประเทศสิงคโปร์ได้กำหนดให้ใช้การวาดรูปบาร์โมเดลในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งวาดแบบบล็อกหรือบาร์ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งการวาดรูปบาร์โมเดลและการนำไปใช้ตามขั้นตอนได้ดังนี้

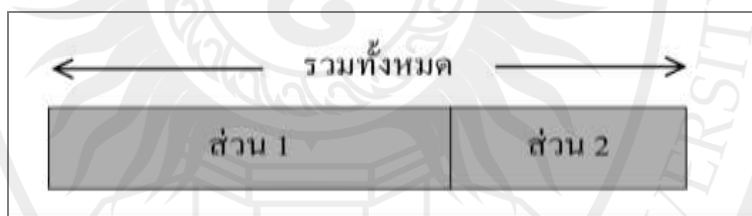
1. วาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 หรือ 3 รูปแทนจำนวนที่ต้องการเปรียบเทียบ
 - 1.1 ให้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้างประมาณ 1 เซนติเมตร
 - 1.2 ส่วนความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้พิจารณาจากค่าของจำนวนที่เกี่ยวข้องให้จำนวนที่มีค่ามากมีความยาวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวกว่าความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าของจำนวนที่มีค่าน้อย
2. เขียนคำอธิบายแทนจำนวนและสิ่งที่เกี่ยวข้องไว้ข้าง ๆ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 เขียนคำอธิบายแทนจำนวนและสิ่งที่เกี่ยวข้องไว้ข้าง ๆ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 33

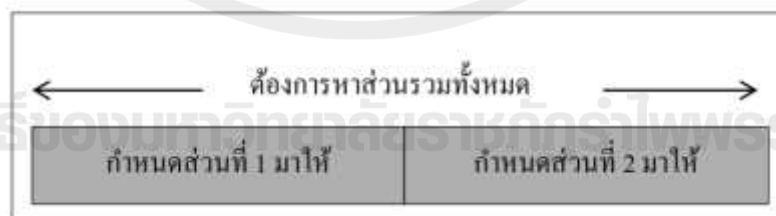
3. วาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนรูปบาร์โมเดลที่แสดงความสัมพันธ์ที่เป็นส่วนรวมทั้งหมดและส่วนย่อยแต่ละส่วน (Part-whole Model)

รูปแบบที่ 1 : ส่วนย่อย - ส่วนรวม สำหรับใช้ในการบวกหรือการลบ ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 ภาพส่วนย่อย - ส่วนรวม สำหรับใช้ในการบวกหรือการลบ
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 33

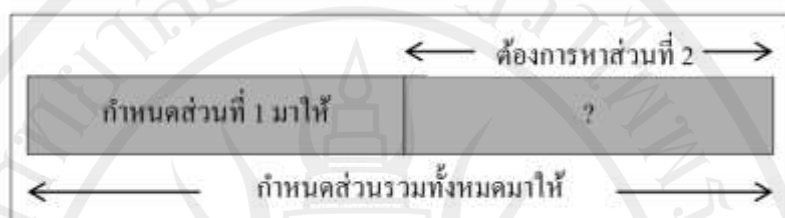
กรณีที่ 1 : กำหนดส่วนย่อยมาให้แล้วหาส่วนรวมทั้งหมด ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ภาพกำหนดส่วนย่อยมาให้แล้วหาส่วนรวมทั้งหมด
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 33

จากรูป : ส่วนรวมทั้งหมด = ส่วนที่ 1 + ส่วนที่ 2

กรณีที่ 2 : กำหนดส่วนรวมทั้งหมดและส่วนย่อยมาให้หนึ่งส่วน แล้วหาส่วนย่อยอีกหนึ่งส่วน ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 ภาพกำหนดส่วนรวมทั้งหมดและส่วนย่อยมาให้หนึ่งส่วน แล้วหาส่วนย่อยอีกหนึ่งส่วน
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 34

จากรูป : ส่วนที่ 2 = ส่วนรวมทั้งหมด - ส่วนที่ 1

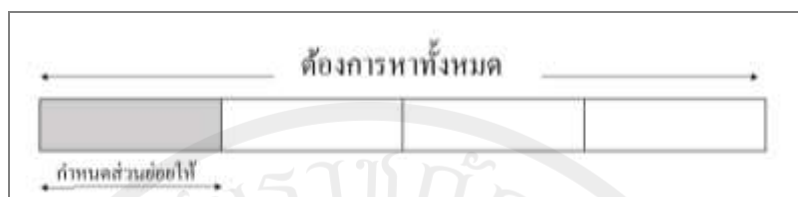
รูปแบบที่ 2 : กำหนดให้มีส่วนย่อยที่เท่า ๆ กัน สำหรับใช้ในการคูณหรือการหาร
ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 ภาพกำหนดให้มีส่วนย่อยที่เท่า ๆ กัน สำหรับใช้ในการคูณหรือการหาร
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 34

กรณีที่ 1 : กำหนดส่วนย่อยที่เท่ากันและจำนวนของส่วนย่อยมาให้ แล้วหาค่าของ
ส่วนรวมทั้งหมด ดังภาพประกอบ 7

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

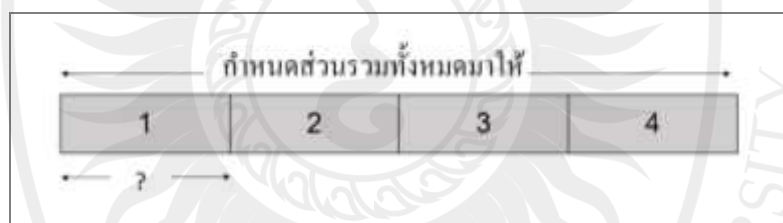


ภาพประกอบ 7 ภาพกำหนดส่วนย่อยที่เท่ากันและจำนวนของส่วนย่อยมาให้ แล้วหาค่าของส่วนรวมทั้งหมด

ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 34

จากรูป : ส่วนรวมทั้งหมด = จำนวนส่วนย่อย x ส่วนย่อยแต่ละส่วน

กรณีที่ 2 : กำหนดส่วนรวมทั้งหมดและจำนวนของส่วนย่อยมาให้ แล้วหาค่าของส่วนย่อยแต่ละส่วนที่เท่า ๆ กัน ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 ภาพกำหนดส่วนรวมทั้งหมดและจำนวนของส่วนย่อยมาให้ แล้วหาค่าของส่วนย่อยแต่ละส่วนที่เท่า ๆ กัน

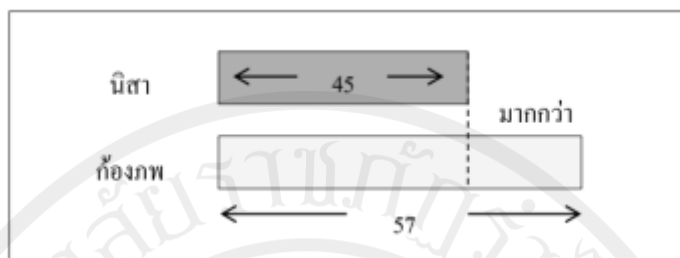
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาแวง, 2558 : 35

จากรูป : ส่วนย่อยแต่ละส่วน = ส่วนรวมทั้งหมด ÷ จำนวนของส่วนย่อย

4. การเปรียบเทียบระหว่างจำนวนสองจำนวน

กรณีที่ 1 : วาดรูปบาร์โมเดลรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนให้จำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้ สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาวกว่าอีกรูปหนึ่ง แล้วหาค่าของส่วนที่แตกต่างกัน

ตัวอย่าง นิสามีน้ำหนัก 45 กิโลกรัม ก้องภพมีน้ำหนัก 57 กิโลกรัม ก้องภพมีน้ำหนักมากกว่านिसาเท่าใด

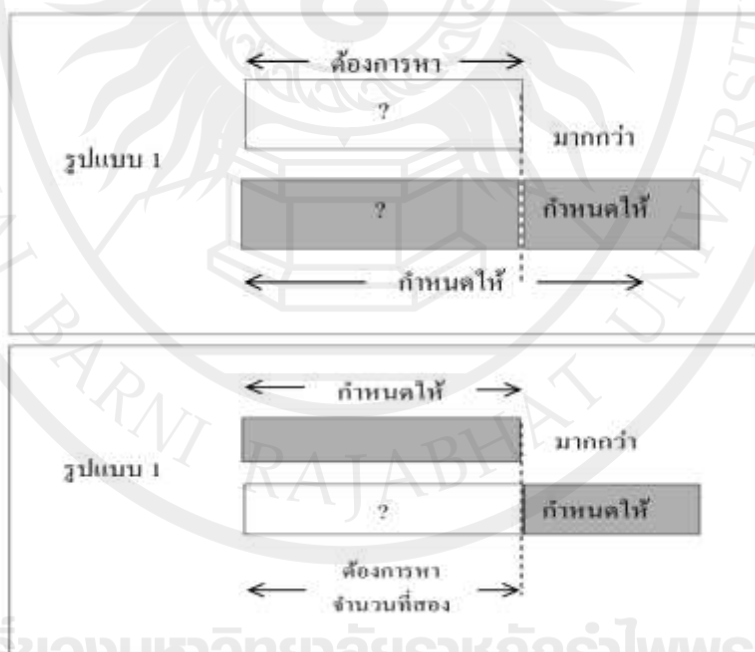


ก้องภพ มีน้ำหนักมากกว่า นิสา = $57 - 45$

ภาพประกอบ 9 ภาพตัวอย่างกรณีที่ 1 : วาดรูปบาร์โมเดลรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนให้จำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาวกว่าอีกรูปหนึ่ง แล้วหาค่าของส่วนที่แตกต่างกัน

ที่มา : นवलฤทัย ลาพาเว, 2558 : 35

กรณีที่ 2 : กำหนดจำนวนมาให้จำนวนหนึ่งและค่าของส่วนที่แตกต่างกันแล้วให้หาว่าอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่าใด



ภาพประกอบ 10 ภาพตัวอย่างกรณีที่ 2 : กำหนดจำนวนมาให้จำนวนหนึ่งและค่าของส่วนที่แตกต่างกันแล้วให้หาว่าอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่าใด

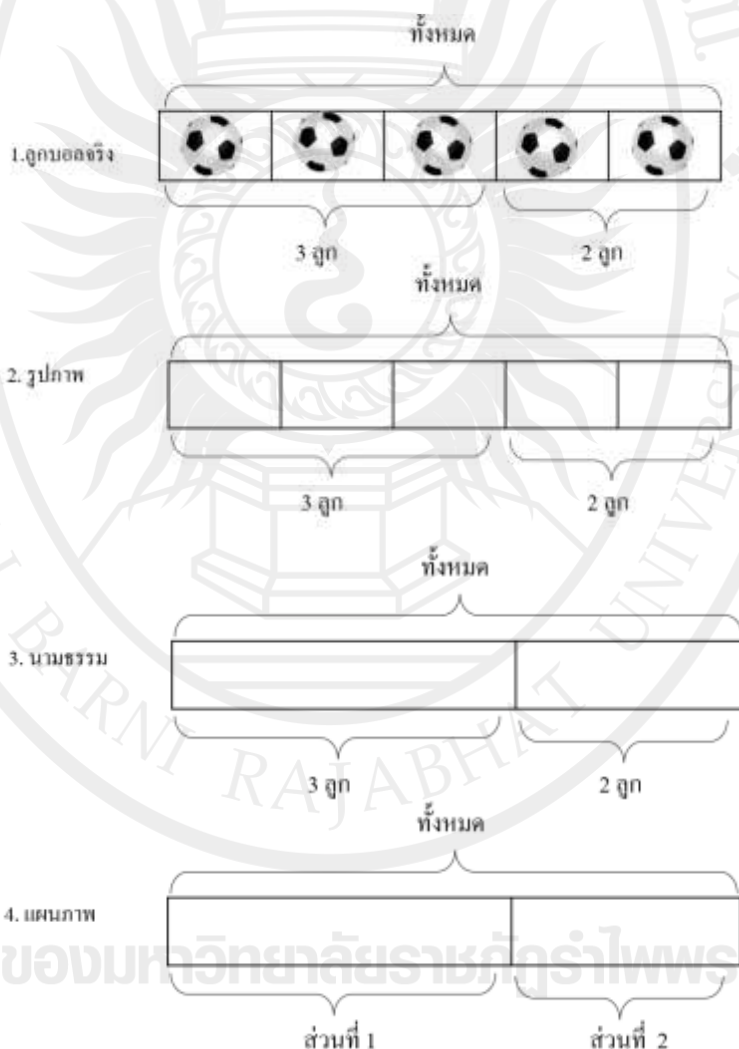
ที่มา : นवलฤทัย ลาพาเว, 2558 : 35

เสน่ห์ หมายจากกลาง (2549 : 44 - 48) ได้กล่าวว่า บาร์โมเดลมีทั้งหมด 3 ประเภท โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดเป็นส่วน ๆ (The Part-whole model)

สำหรับแบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ นั้นจะแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนขึ้นไปโดยสถานการณ์อาจอยู่ในรูปการบอกแต่ละส่วนมาให้ และให้หาข้อมูลทั้งหมดหรือหาข้อมูลบางส่วนมาและข้อมูลทั้งหมดมาแล้วให้หาข้อมูลที่เหลือ โดยแบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

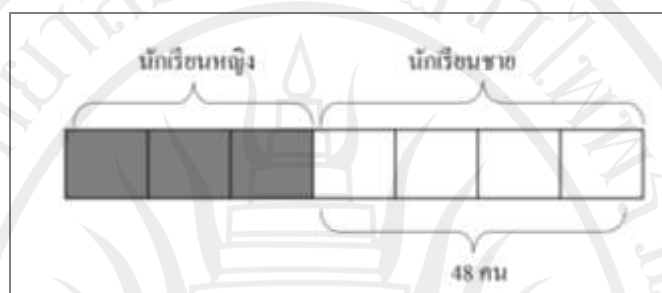
ตัวอย่างที่ 1 ถ้าแดงมีลูกบอล 3 ลูก และดำมีลูกบอล 2 ลูก จงหาว่าจำนวนลูกบอลทั้งหมดมีจำนวนเท่าใด



ภาพประกอบ 11 ภาพแบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดเป็นส่วน ๆ ตัวอย่างที่ 1

ที่มา : เสน่ห์ หมายจากกลาง. 2549 : 44

ตัวอย่างที่ 2 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนหญิงเล่นบาสเกตบอล คิดเป็น $\frac{3}{7}$ ของนักเรียนทั้งหมด และมีนักเรียนชายทั้งหมด 48 คน จงหาว่ามีนักเรียนหญิงจำนวนกี่คนที่เล่นบาสเกตบอล



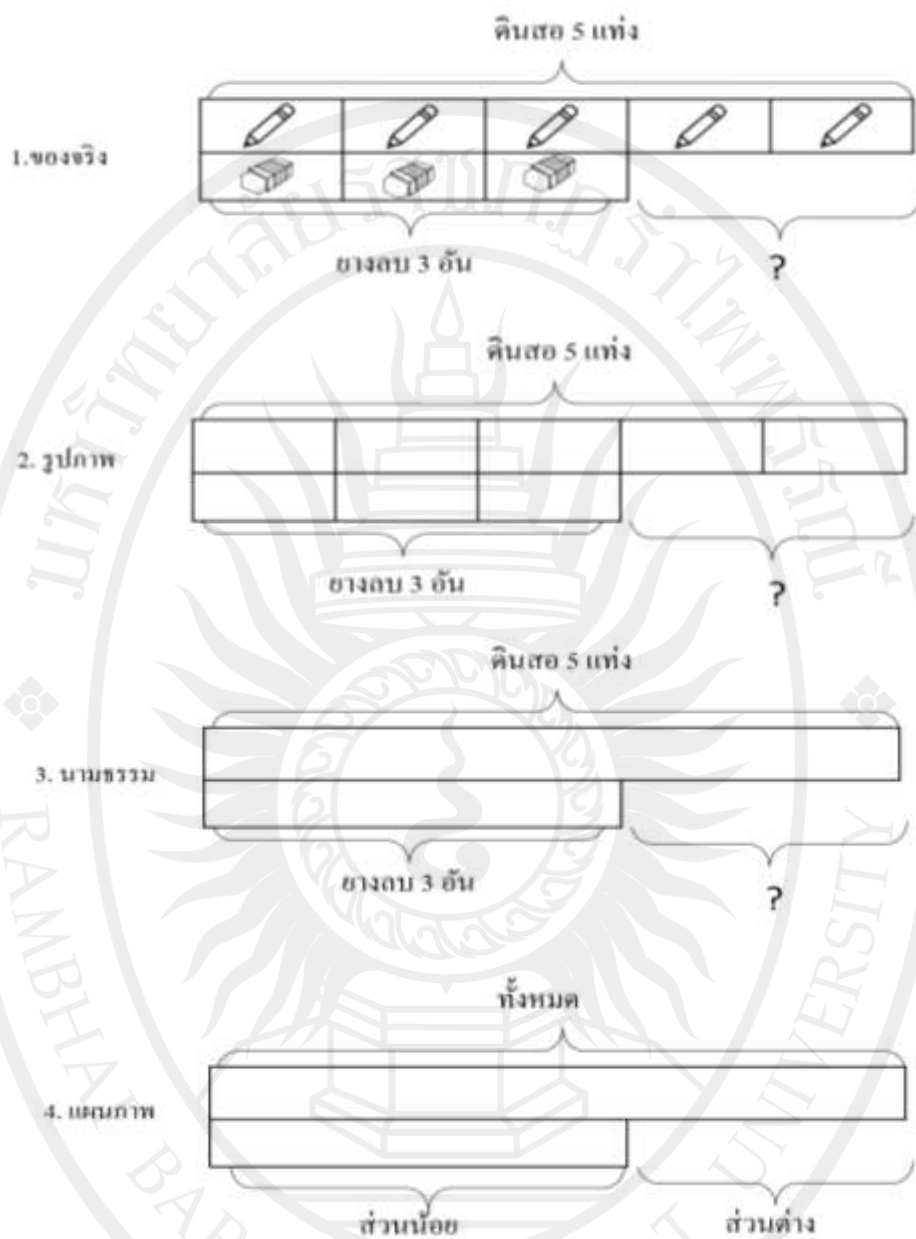
ภาพประกอบ 12 ภาพแบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดเป็นส่วน ๆ ตัวอย่างที่ 2
ที่มา : เสน่ห์ หมายจากกลาง. 2549 : 45

2. แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model)

สำหรับแบบจำลองแบบเปรียบเทียบนี้เป็นการจำลองความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป เมื่อข้อมูลต่าง ๆ เหล่านั้นอยู่ในรูปแบบของการเปรียบเทียบหรือข้อมูลที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 ถ้ามีดินสอจำนวน 5 แท่ง และมียางลบอยู่ 3 อัน จงหาว่าดินสอต่างจากยางลบเท่าใด

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพประกอบ 13 ภาพแบบจำลองแบบเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่ 3
ที่มา : เสน่ห์ หมายจากกลาง. 2549 : 46

3. แบบจำลองแสดงตามการเปลี่ยนแปลง (The Change Model)

สำหรับแบบจำลองแสดงการเปลี่ยนแปลงนี้จะเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่เป็นอัตราส่วนเป็นแบบจำลองที่สร้างขึ้นเพื่อแปลงเศษส่วนให้อยู่ในรูปธรรมสามารถเข้าใจง่ายมองเห็นถึงปริมาณที่แท้จริงของเศษส่วนที่เป็นตัวเลขทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ ดังตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 ฟาร์ม A และ ฟาร์ม B เลี้ยงสุกรคิดเป็นอัตราส่วน 5 : 7 ต่อมาฟาร์ม B ให้ พันธุ์สุกรกับ ฟาร์ม A จำนวน 160 ตัว เมื่อนับแล้วปรากฏว่า สุกรทั้งสองฟาร์มมีจำนวนเท่ากัน ถ้ามว่า เดิมแต่ละฟาร์มเลี้ยงสุกรกี่ตัว

ขั้นที่ 1 อัตราส่วน 5 : 7



ขั้นที่ 2 ต่อมาฟาร์ม B ให้ฟาร์ม A 160 ตัว



ขั้นที่ 3 หลังจากให้ อัตราส่วน 6 : 6

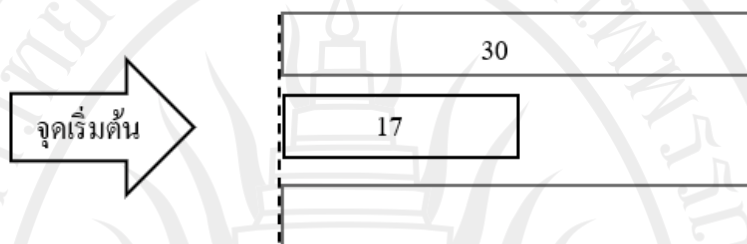


ภาพประกอบ 14 ภาพแบบจำลองแสดงตามความเปลี่ยนแปลง ตัวอย่างที่ 4
ที่มา : เสน่ห์ หมายถึงกลาง, 2549 : 48

อรทัย สุกฉบับ (2556 : 1 - 9) กล่าวว่า การวาดรูปบาร์โมเดลเป็นยุทธวิธีการทำโจทย์ เพื่อช่วยให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ข้อความจากโจทย์ปัญหา นำมาเชื่อมโยงกับความคิดวิเคราะห์แล้ววาดออกมาเป็นรูปบาร์โมเดล ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเกิดความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนสามารถทำโจทย์ปัญหาได้อย่างง่าย ตามขั้นตอนการวาดรูปบาร์โมเดลและการนำไปใช้ดังนี้

1. วาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แทนจำนวนที่ต้องเปรียบเทียบให้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้างประมาณ 1 เซนติเมตร

2. ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้พิจารณาจากค่าของจำนวนที่เกี่ยวข้องให้จำนวนที่มีค่ามากมีความยาวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวกว่าความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าของจำนวนที่มีค่าน้อย จุดเริ่มต้นของบาร์โมเดล (Bar Model) แต่ละรูปต้องตรงกันเพื่อเปรียบเทียบความยาวของรูปบาร์โมเดลได้

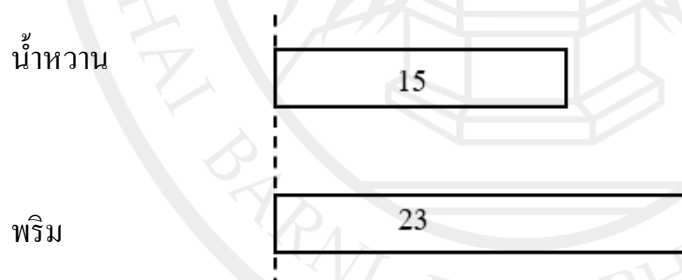


ภาพประกอบ 15 ภาพแสดงเปรียบเทียบความยาวของรูปบาร์โมเดล

ที่มา : ורתัย สูดบับ, 2556 : 1

1. เขียนคำอธิบายแทนจำนวนและสิ่งที่เกี่ยวข้องไว้ข้าง ๆ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังตัวอย่างต่อไปนี้

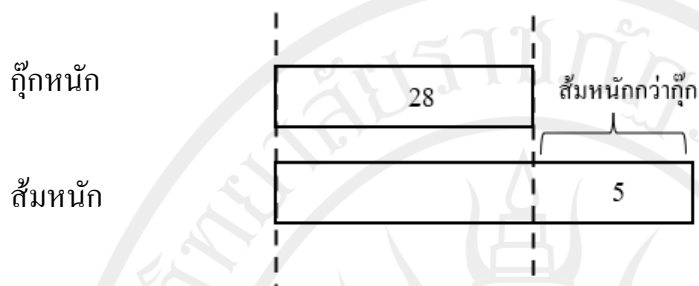
ตัวอย่างที่ 1 น้ำหวานมีขนม 15 ชิ้น ส่วนพริมน้ำหวานมีขนม 23 ชิ้น



ภาพประกอบ 16 ภาพแสดงจำนวนและสิ่งที่เกี่ยวข้องไว้ข้าง ๆ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ตัวอย่างที่ 1

ที่มา : ורתัย สูดบับ, 2556 : 1

ตัวอย่างที่ 2 กู้กน้ำหนัก 28 กิโลกรัม ส้มมีน้ำหนักมากกว่ากูกี้ 5 กิโลกรัม

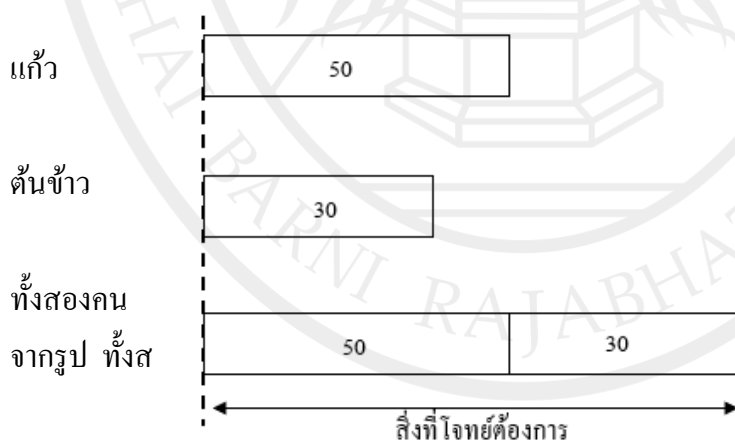


ภาพประกอบ 17 ภาพแสดงจำนวนและสิ่งที่เกี่ยวข้องไว้ข้าง ๆ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ตัวอย่างที่ 2
ที่มา : ורתัย สดดับ. 2556 : 2

รูปบารโมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ (Part-whole Model)

รูปบารโมเดลชนิดนี้จะแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ ตั้งแต่ 2 ส่วนขึ้นไป โดยสถานการณ์อาจอยู่ในรูปการบอกแต่ละส่วนมาให้ แล้วให้หาข้อมูลทั้งหมดหรือให้ข้อมูลทั้งหมดและข้อมูลบางส่วนมาให้ แล้วให้หาข้อมูลส่วนที่เหลือ

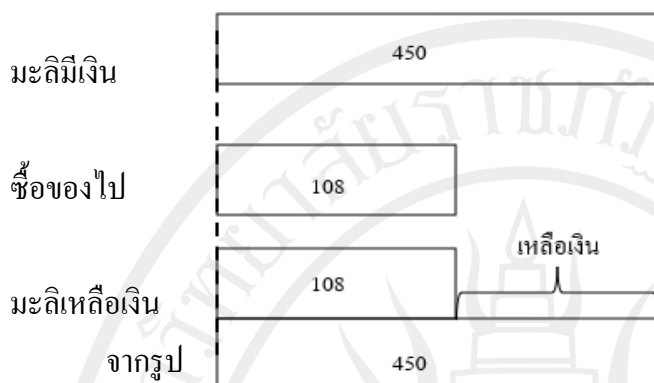
ตัวอย่างที่ 3 แก้วมีเงิน 50 บาท ต้นข้าวมีเงิน 30 บาท ทั้งสองคนมีเงินรวมกันกี่บาท



ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
ภาพประกอบ 18 ภาพแสดงข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ ตั้งแต่ 2 ส่วนขึ้นไปโดยสถานการณ์
อาจอยู่ในรูปการบอกแต่ละส่วนมาให้ ตัวอย่างที่ 3

ที่มา : ורתัย สดดับ. 2556 : 3

ตัวอย่างที่ 4 มะลิมีเงินอยู่ 450 บาทซื้อของไป 108 บาท มะลิลือเงินกี่บาท



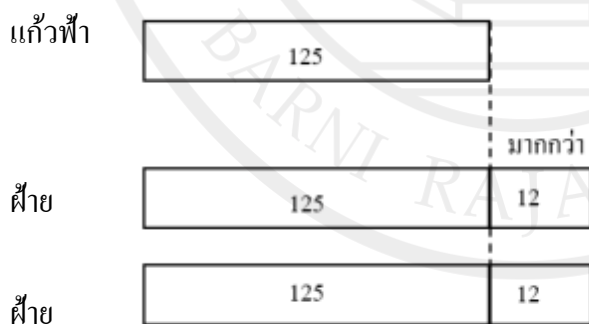
ภาพประกอบ 19 ภาพแสดงข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ ตั้งแต่ 2 ส่วนขึ้นไปโดยสถานการณ์ อาจอยู่ในรูปการบอกแต่ละส่วนมาให้ ตัวอย่างที่ 4

ที่มา : อรรถัย สูดบับ. 2556 : 4

รูปบาร์โมเดลแบบการเปรียบเทียบ (The Comparison Model)

เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป เมื่อข้อมูลต่าง ๆ เหล่านั้นอยู่ในรูปแบบของการเปรียบเทียบหรือข้อมูลที่แตกต่างกันรูปบาร์โมเดลชนิดนี้จะมีประโยชน์เช่นเดียวกับรูปบาร์โมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ

ตัวอย่างที่ 5 ในหนึ่งวันแก้วฟ้าเย็บผ้าได้ 125 ผืน ฝ้ายเย็บได้มากกว่าแก้วฟ้า 12 ผืน ฝ้ายเย็บผ้าได้วันละกี่ผืน



จากรูป ฝ้ายเย็บผ้าได้ = $125 + 12 = 137$ ผืน

ภาพประกอบ 20 ภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไปตัวอย่างที่ 5

ที่มา : อรรถัย สูดบับ. 2556 : 5

จากการประเภทของบาร์โมเดลข้างต้น สรุปได้ว่า ประเภทของบาร์โมเดลมีทั้งหมด 3 ประเภท นั่นคือ แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดเป็นส่วน ๆ (The Part-whole Model) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) และแบบจำลองแสดงตามความเปลี่ยนแปลง (The Change Model) ซึ่งประเภทของการวาดรูปบาร์โมเดลสามารถนำมาใช้ในการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบอย่างเป็นระบบ และเป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน ทั้งด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้

○ ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 77) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญห เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีการแก้ปัญห นำประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญห ซึ่งปัญหทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญห เป็นความสามารถในการให้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความหมาย ตีความ หรือวิเคราะห์เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญห รวมถึงการเลือกใช้เทคนิคหรือกลวิธีที่จะช่วยทำให้ปัญหมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เพื่อจะนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีอยู่ เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญห ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานดีจะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญห ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหมักจะสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหรวมถึงกลวิธีแก้ปัญหได้หลากหลาย ทำให้สามารถตัดสินใจเลือกใช้แก้ปัญหที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีเจตคติต่อการแก้ปัญหามีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้นไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

จากความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าความสามารถของนักเรียนที่ประยุกต์ใช้ความรู้ ความเข้าใจที่จะแสดงถึงการค้นคว้าหาคำตอบโดยใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในลักษณะต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งสามารถวัดได้จากคะแนนในการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญห

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เป็นการเครื่องมือเพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้ ซึ่งสอดคล้องกับ โพลยา (Polya, 1973 : 5 - 40 อ้างถึงใน จันทรจักร มะลิจันทร์, 2554 : 68 - 69) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

ตาราง 2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	ให้เงื่อนไขความจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการตามแผน	สามารถสร้างตามร่าง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจสอบผล	พิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 113 - 114) ได้กล่าวถึง แนวทางการประเมินการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา
 - 2 หมายถึง สำหรับความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
 - 1 หมายถึง สำหรับความเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
 - 0 หมายถึง เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
 - 2 หมายถึง สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
 - 1 หมายถึง สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
 - 0 หมายถึง สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
 - 2 หมายถึง สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 1 หมายถึง สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 0 หมายถึง สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การตอบ
 - 2 หมายถึง สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
 - 1 หมายถึง สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
 - 0 หมายถึง เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 127 - 128) ได้กล่าวว่า แนวคิด การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้พิจารณาจากรายการประเมิน 4 ประเด็น คือ 1) ความเข้าใจปัญหา 2) การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา 3) การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และ 4) การสรุปคำตอบ ซึ่งเกณฑ์รวมที่พิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาของผู้เรียนในภาพรวม โดยกำหนดระดับคุณภาพเป็น 4 ระดับ ดังตาราง 3

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตาราง 3 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คะแนน(ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอน ได้อย่างชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
3 (ดี)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องแต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
1 (ต้องปรับปรุง)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา - ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

ในกรณีที่ผู้ประเมินต้องการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตาราง 4

ตาราง 4 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องแต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

จากการศึกษาเกณฑ์การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยได้ใช้รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา เนื่องมาจากกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีลำดับขั้นตอนที่นักเรียน

สามารถเข้าใจได้ใน ขั้นตอน เช่น ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนดำเนินการตามแผน และขั้นตอนตรวจสอบผล โดยกำหนดเกณฑ์ในการประเมินคุณภาพ ด้วยคะแนน 2, 1, 0 สอดคล้องกับแนวทางการประเมินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาของสิริพร ทิพย์คง (2544 : 113 - 114) ดังตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	แนวทางการประเมินการแก้ปัญหา
ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา	2 หมายถึง เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง 1 หมายถึง เข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง 0 หมายถึง เข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย
ขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหา	2 หมายถึง เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง 1 หมายถึง เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง 0 หมายถึง เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
ขั้นตอนดำเนินการตามแผน	2 หมายถึง นำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง 1 หมายถึง นำยุทธวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง 0 หมายถึง นำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
ขั้นตอนตรวจสอบผล	2 หมายถึง ตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์ 1 หมายถึง ตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด 0 หมายถึง ไม่ได้ระบุคำตอบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่จะกล่าวต่อไปนี้ได้แก่ ความหมายการวัดและประเมิน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน นักวิชาการหลายท่านได้กล่าวรายละเอียดดังนี้

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เวลมิเออร์ (Wehmeier, 2000 : 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนควรประกอบด้วยส่วนสำคัญอย่างน้อย 3 ส่วน คือ ความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านอื่น ๆ

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538 : 145) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียน ไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and Pencil Test) กับให้นักเรียนปฏิบัติ (Performance Test)

พัชรินทร์ จันทร์หวัโทน (2544 : 9) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ โดยผู้ที่ตอบได้คะแนนมากคือผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ส่วนผู้ที่ตอบได้คะแนนน้อยคือผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

ชัญญารัตน์ ผ่องนารอด (2547 : 6) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนความรู้ความเข้าใจความสามารถในการเรียนของนักเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 46) ได้ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบ

นันทน้อย แพงบัสสา (2551 : 79) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ คุณลักษณะความรู้ความสามารถ และมวลประสบการณ์ของบุคคล อันเป็นผลมาจากการจัดการเรียนรู้ และเป็นผลให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ ซึ่งตรวจสอบได้จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วันวิษา อังคะนา (2553 : 40) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จหรือความสามารถในการกระทำใดใดที่ต้องอาศัยทักษะ ความรอบรู้ โดยอาศัยเครื่องมือเพื่อตรวจสอบความสามารถเช่นแบบทดสอบเพื่อวัดความรู้ ความจำ ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้ซึ่งขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญาและความสามารถของสมอง

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนความรู้ความเข้าใจ ความสามารถในการเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้จากการเรียนรู้ที่นักเรียนได้รับจากการเรียนการสอน และเป็นผลให้นักเรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถจำแนกเพื่อวัดประเมินผลทางการเรียนได้หลายหลายรูปแบบทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ ดังนักวิชาการได้มีการจำแนก ดังนี้

วิลสัน (Wilson. 1971 : 56 - 70) ได้จำแนกการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกถึงหรือจำคำศัพท์และนิยามต่าง ๆ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่าแบ่งได้เป็น 6 ชั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการกฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements Form One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow to Read and Interpret a Problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความ โจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่มีก พุทธิกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหามาได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่อง ในการหาคำตอบจากข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาคือใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยก โจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้รับคำตอบ หรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปแบบปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูล หรือสิ่งที่กำหนดจาก โจทย์ปัญหาที่เฝ้าพบ

4. การวิเคราะห์ (Analyze) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็น โจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของ เนื้อหาวิชาที่เรียน แบ่งเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่า พฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่า ถูกต้องหรือไม่มีตอนใดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป

บุญรักษ์ ตัณฑ์เจริญรัตน์ (2541 : 244) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ การตรวจสอบว่านักเรียนได้บรรลุถึงจุดหมายทางการศึกษาตามหลักสูตรได้กำหนดไว้เพียงใด ทั้งนี้ยกเว้นในด้านร่างกาย อารมณ์ สังคมและการปรับตัวและ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) หมายถึง แบบทดสอบที่วัดความรู้ทักษะและสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ยกเว้นการวัดทางด้านร่างกาย ความถนัด และทางบุคคล-สังคม ซึ่งแบ่งแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ออกเป็นสองชนิดใหญ่ ๆ คือ

1. แบบทดสอบที่ครูทำขึ้นเอง (Teacher-made Test) แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ในการเรียน วิชาต่าง ๆ เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภาษา เป็นต้น แบบทดสอบนี้สามารถพลิกแพลงให้เหมาะสมกับสภาพและเหตุการณ์ได้ ซึ่งแบบทดสอบที่ทำขึ้นเองอาจแบ่งได้ 2 รูปแบบ คือ แบบให้ตอบเสรีและแบบจำกัดคำตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) แบบทดสอบมาตรฐานเป็นตัวอย่างของการกระทำหรือความรู้ของบุคคลแต่ละคนของกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ซึ่งได้รับมาภายใต้สภาพการณ์ที่กำหนดให้การให้คะแนนที่เป็นไปตามตารางเกณฑ์ปกติ (Norm) แบบทดสอบชนิดนี้ทำได้ยากแต่มีคุณค่าในทางการศึกษาเป็นอย่างยิ่ง จากการใช้แบบทดสอบชนิดนี้ครูจะวินิจฉัยผลสัมฤทธิ์หรือปัญหาของนักเรียนได้อย่างแจ่มชัด

การวัดผลสัมฤทธิ์ด้านเนื้อหาโดยการสอบข้อเขียนนั้น เป็นที่นิยมแพร่หลายในโรงเรียน อันเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย หรือความรู้และความคิด โดยประเมินผลจากการเรียนการสอน ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นดังต่อไปนี้

1. ความรู้ความจำ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในอันที่จะทรงไว้หรือรักษาไว้ซึ่งเรื่องราวต่าง ๆ ที่ได้รับจากการเรียนการสอนและจากประสบการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งสิ่งที่สัมพันธ์กับประสบการณ์นั้น ๆ และสามารถถ่ายทอดสิ่งที่จดจำไว้นั้นออกมาได้ถูกต้อง

2. ความเข้าใจ หมายถึง ความสามารถในการแปลความ ตีความ และสรุปความเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ที่ได้พบได้เห็นหรือเรื่องราวและเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับอย่างถูกต้องและสามารถสื่อความเข้าใจที่ตนเองมีอยู่นั้น ไปสู่ผู้อื่นได้อย่างถูกต้องด้วย

3. การนำไปใช้ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎเกณฑ์ วิธีการดำเนินการต่าง ๆ ซึ่งได้รับจากการเรียนรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ได้ถูกต้องเหมาะสม

4. การวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวข้อเท็จจริงหรือเหตุการณ์ใด ๆ ออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ และสามารถบอกได้ว่าส่วนย่อย ๆ นั้นแต่ละส่วนสำคัญอย่างไร ส่วนใดสำคัญที่สุด แต่ละส่วนมีความสัมพันธ์กันอย่างไร และมีหลักการใดร่วมกัน

5. การสังเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการผสมผสานส่วนย่อยเข้าด้วยกันให้เป็นส่วนใหญ่ ทำให้ได้ผลผลิตที่แปลกใหม่และดีกว่าเดิม พฤติกรรมด้านนี้เน้นให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ใหม่ใหม่นั้นเอง

6. การประเมินค่า หมายถึง ความสามารถในการวินิจฉัย ตีราคาสิ่งต่าง ๆ หรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้อย่างมีหลักเกณฑ์เป็นที่ยอมรับ โดยทั่วไปกลุ่มพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยนี้พฤติกรรมย่อยด้านความรู้ความจำเป็นพฤติกรรมระดับต่ำสุดถือเป็นพฤติกรรมขั้นพื้นฐาน ส่วนพฤติกรรมย่อยด้านความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า เป็นพฤติกรรมที่สูงขึ้นตามลำดับในการเรียนการสอนนั้น โดยทั่วไปต้องการให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมสูงกว่าความรู้ความจำ

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ กระบวนการที่วัด โดยใช้เครื่องมือ โดยนิยมวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย เพื่อตรวจสอบดูว่านักเรียนได้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่หลักสูตรกำหนดไว้เพียงใด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮอล (Hall, 1979 : 6324 - 6325A) ได้ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 30 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วย

นักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่ง กลุ่มละ 15 คน ทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์ และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ที่ได้เรียนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

เลปปาโฮ (Leppaaho, 2004 : 298 - 343) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหและการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรด 6 (อายุ 11 ปี) ในประเทศฟินแลนด์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหและการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เข้าร่วมในการวิจัยโดยแบ่งออกเป็น 2 ห้อง คือ ห้องทดลองที่สอนโดยการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และห้องควบคุม ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ 2 ห้อง ก่อนที่จะสอน และหลังจากการสอน โดยใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาส่งเสริม ผลการวิจัยพบว่า ในการทดสอบการแก้ปัญหากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับเจตคติต่อคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหานักเรียนมีเจตคติในทางที่ดีขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

นวลฤทัย ลาพาแว (2558 : 71) ได้ทำการศึกษาผลจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ โจทย์ปัญหาของโพลยาร์ร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า

1. แผนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ โจทย์ปัญหาของโพลยาร์ร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกการลบ จำนวน 8 แผน มีประสิทธิภาพรวมเท่ากับ 80.58/89.67 จึงเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 ที่กำหนดไว้

2. นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ โจทย์ปัญหาของโพลยาร์ร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกการลบ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละหลังเรียน เท่ากับ 87.67 ซึ่งสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยร้อยละ ก่อนเรียนที่มีค่าเท่ากับ 57.67

3. นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ โจทย์ปัญหาของโพลยาร์ร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกการลบ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในด้านครูผู้สอน ด้านเนื้อหา ด้านกิจกรรมการเรียนรู้

และด้านการวัดและประเมินผล ทุกด้านอยู่ในระดับมากโดยมีคะแนนเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.09, 4.15, 4.10 และ 4.25 ตามลำดับ

ศรันย์ เปรมปรีดา (2559 : 77) ได้ทำการศึกษาผลการพัฒนาชุดฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีบาร์โมเดล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีบาร์โมเดล มีคุณภาพ ในระดับดีมาก 2) ประสิทธิภาพของชุดฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีบาร์โมเดล ประสิทธิภาพ 82.13/ 83.11 และ 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยใช้ชุดฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยชุดฝึกทักษะด้วยทฤษฎีบาร์โมเดล สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธี ปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ฉัตรกาญจน์ ธาณีพูน (2562 : 64) ได้ทำการศึกษาผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับบาร์โมเดล ผลการวิจัยพบว่า 1) แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ร่วมกับบาร์โมเดล เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 75/75 2) พัฒนาการผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ร่วมกับบาร์โมเดล มีคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบหลังเรียน เท่ากับ 17.20 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ร่วมกับบาร์โมเดล เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ร่วมกับบาร์โมเดล เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นภสร ชัยยีน (2562 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การบวกและลบเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 72.81/75.26 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 ที่กำหนดไว้ 2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน สำหรับ

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 3) ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยา ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 อยู่ในระดับมากที่สุด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา ร่วมกับเทคนิคการวาดรูป บาร์โมเดลนั้น ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน สูงขึ้น นักเรียนเกิดความรู้ ทักษะ ความชำนาญในการเรียนคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือที่สามารถประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนเพื่อให้ครูผู้สอน ได้นำผลการประเมินมาพัฒนา ปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของโพลยา ร่วมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี