

บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ จำนวนที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100,000 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการใช้เทคนิคบาร์โมเดลและเทคนิคของ สสวท. ครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อ ดังต่อไปนี้

1. คุณภาพของผู้เรียนด้านการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)
2. การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

คุณภาพของผู้เรียนด้านการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้เกิดการค้นคว้า วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ และพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม ความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2560 : 1) ทั้งนี้ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้มีรายละเอียดดังนี้

**คุณภาพผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง 2560)**

คุณภาพผู้เรียนกลุ่มสาระคณิตศาสตร์เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2560 : 3)

1. อ่าน เขียนตัวเลข ตัวหนังสือแสดงจำนวนนับไม่เกิน 100,000 และ 0 มีความรู้ลึกเชิงจำนวน มีทักษะการบวก การลบ การคูณ การหาร และนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
 2. มีความรู้ลึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับเศษส่วนที่ไม่เกิน 1 มีทักษะการบวก การลบ เศษส่วนที่ตัวส่วนเท่ากัน และนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
 3. คาดคะเนและวัดความยาว น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เลือกใช้เครื่องมือและหน่วยที่เหมาะสม บอกเวลา บอกจำนวนเงิน และนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
 4. จำแนกและบอกลักษณะของรูปหลายเหลี่ยม วงกลม วงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก และกรวย เขียนรูปหลายเหลี่ยม วงกลม และวงรี โดยใช้แบบของรูปเรขาคณิต ที่มีแกนสมมาตรและจำนวนแกนสมมาตร และนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
 5. อ่านและเขียนแผนภูมิรูปภาพ ตารางทางเดียวและนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561 : 12 - 13) กล่าวถึงคุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 5 ประการดังต่อไปนี้
1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี
 2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้
 3. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 4. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล
 5. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561 : 84) กล่าวเพิ่มเติมอีกว่าในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน โดยมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น 5 ทักษะ ดังนี้

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล
5. การคิดสร้างสรรค์

ดังนั้นคุณภาพของผู้เรียนด้านการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กล่าวโดยสรุปคือ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัญหาในชีวิตจริง นำหรือแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ โดยมีทักษะการบวก ลบ คูณ และหาร ทักษะการแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล การคิดสร้างสรรค์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ

มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียน มีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่

1. จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่า ของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2. การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

ทั้งนี้สำนักงานวิชาการและมาตรฐานการศึกษา กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้สำหรับกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำแนกตามแต่ละสาระการเรียนรู้ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และการนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 สาระ คือ 1) จำนวนและพีชคณิต 2) การวัดและเรขาคณิต และ 3) สถิติและความน่าจะเป็น ประกอบด้วย 7 มาตรฐานการเรียนรู้ ทั้งนี้ยังพบว่าทั้ง 3 สาระการเรียนรู้เน้นให้ผู้เรียนสามารถนำเรื่องที่เรียนรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย 28 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางจำแนกตามแต่ละสาระการเรียนรู้มีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และการนำไปใช้

ตาราง 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.1

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
	จำนวนนับไม่เกิน 100,000 และ 0
1. อ่านและเขียน ตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย และตัวหนังสือ แสดงจำนวนนับไม่เกิน 100,000 และ 0	- การอ่าน การเขียนตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย และตัวหนังสือแสดงจำนวน - หลัก ค่าของเลขโดดในแต่ละหลักและการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนในรูปกระจาย
2. เปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวนนับไม่เกิน 100,000 จากสถานการณ์ต่าง ๆ	- การเปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวน
3. บอก อ่าน และเขียนเศษส่วนแสดงปริมาณสิ่งต่าง ๆ และแสดงสิ่งต่าง ๆ ตามเศษส่วนที่กำหนด	เศษส่วน - เศษส่วนที่มีตัวเศษน้อยกว่าหรือเท่ากับตัวส่วน
4. เปรียบเทียบเศษส่วนที่ตัวเศษเท่ากันโดยที่ตัวเศษน้อยกว่าหรือเท่ากับตัวส่วน	- การเปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วน
5. หาค่าของตัวไม่ทราบค่าในประโยคสัญลักษณ์แสดงการบวกและประโยคสัญลักษณ์แสดงการลบของจำนวนไม่เกิน 100,000 และ 0	
6. หาค่าของตัวไม่ทราบค่าในประโยคสัญลักษณ์ แสดงการคูณของจำนวน 1 หลักกับจำนวนไม่เกิน 4 หลัก และจำนวน 2 หลักกับจำนวน 2 หลัก	การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับไม่เกิน 100,000 และ 0 - การบวกและการลบ - การคูณ การหารยาวและการหารสั้น
7. หาค่าของตัวไม่ทราบค่าในประโยคสัญลักษณ์ แสดงการหารที่ตัวตั้งไม่เกิน 4 หลักตัวหาร 1 หลัก	- การบวก ลบ คูณ หารระคน
8. หาผลลัพธ์การบวก ลบ คูณ หารระคนของจำนวนนับไม่เกิน 100,000 และ 0	

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
9. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา 2 ขั้นตอน ของจำนวนนับไม่เกิน 100,000 และ 0	
10. หาผลบวกของเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และผลบวกไม่เกิน 1 และหาผลลบของ เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน	
11. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและ ผลบวกไม่เกิน 1 และ โจทย์ปัญหาการลบ เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน	การแก้โจทย์ปัญหาและการสร้างโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งหาคำตอบ - การบวกและการลบเศษส่วน - การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและ โจทย์ปัญหา การลบเศษส่วน

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม
และนำไปใช้

ตาราง 2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.2

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. ระบุจำนวนที่หายไปในรูปแบบของจำนวน ที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละเท่า ๆ กัน	แบบรูป - แบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละ เท่า ๆ กัน

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตาราง 3 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.3

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
-	-

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

ตาราง 4 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.1

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเงิน	เงิน - การบอกจำนวนเงินและเขียนแสดงจำนวนเงิน แบบใช้จุด - การเปรียบเทียบจำนวนเงินและการแลกเงิน - การอ่านและเขียนบันทึกรายรับ รายจ่าย การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเงิน
2. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเวลา และระยะเวลา	เวลา - การบอกเวลาเป็นนาฬิกาและนาที - การเขียนบอกเวลาโดยใช้มหัพภาค (.) หรือทวิภาค (:) และการอ่าน - การบอกระยะเวลาเป็นชั่วโมงและนาที - การเปรียบเทียบระยะเวลาโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างชั่วโมงกับนาที

ตาราง 4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
	- การอ่านและการเขียนบันทึกกิจกรรมที่ระบุเวลา
	- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเวลาและระยะเวลา
3. เลือกใช้เครื่องมือวัดความยาวที่เหมาะสมวัดและบอกความยาวของสิ่งต่าง ๆ เป็นเซนติเมตรและมิลลิเมตร เมตรและเซนติเมตร	ความยาว - การวัดความยาวเป็นเซนติเมตรและมิลลิเมตร เมตรและเซนติเมตร กิโลเมตรและเมตร
4. คาดคะเนความยาวเป็นเมตรและเป็นเซนติเมตร	- การเลือกเครื่องมือวัดความยาวที่เหมาะสม
5. เปรียบเทียบความยาวระหว่างเซนติเมตรกับมิลลิเมตร เมตรกับเซนติเมตร กิโลเมตรกับเมตร จากสถานการณ์ต่าง ๆ	- การคาดคะเนความยาวเป็นเมตรและเป็นเซนติเมตร - การเปรียบเทียบความยาวโดยใช้
6. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวที่มีหน่วยเป็นเซนติเมตรและมิลลิเมตร เมตรและเซนติเมตร กิโลเมตรและเมตร	ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยความยาว การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาว
	น้ำหนัก
7. เลือกใช้เครื่องชั่งที่เหมาะสม วัดและบอกน้ำหนักเป็นกิโลกรัมและขีด กิโลกรัมและกรัม	- การเลือกเครื่องชั่งที่เหมาะสม - การคาดคะเนน้ำหนักเป็นกิโลกรัมและเป็นขีด
8. คาดคะเนน้ำหนักเป็นกิโลกรัมและเป็นขีด	ขีด
9. เปรียบเทียบน้ำหนักระหว่างกิโลกรัมและกรัม เมตริกตันกับกิโลกรัม จากสถานการณ์ต่าง ๆ	- การเปรียบเทียบน้ำหนักโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างกิโลกรัมกับกรัม เมตริกตันกับกิโลกรัม
10. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับน้ำหนักที่มีหน่วยเป็นกิโลกรัมกับกรัม เมตริกตันกับกิโลกรัม	- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับน้ำหนักการวัด ปริมาตรและความจุเป็นลิตรและมิลลิลิตร - การเลือกเครื่องตวงที่เหมาะสม - การคาดคะเนปริมาตรและความจุเป็นลิตร

ตาราง 4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
11. เลือกใช้เครื่องตวงที่เหมาะสมวัดและเปรียบเทียบปริมาตรความจุเป็นลิตรและมิลลิลิตร	- การเปรียบเทียบปริมาตรและความจุโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างลิตรกับมิลลิลิตร ซ้อนชา ซ้อนโต๊ะ ถ้วยตวงกับมิลลิลิตร
12. คาดคะเนปริมาตรและความจุเป็นลิตร	- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุที่มีหน่วยเป็นลิตรและมิลลิลิตร
13. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุที่มีหน่วยเป็นลิตรและมิลลิลิตร	

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตาราง 5 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
	รูปเรขาคณิตสองมิติ
1. ระบุรูปเรขาคณิตสองมิติที่มีแกนสมมาตรและจำนวนแกนสมมาตร	- รูปที่มีแกนสมมาตร

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตาราง 6 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 2 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.1

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เขียนแผนภูมิรูปภาพ และใช้ข้อมูลจากแผนภูมิรูปภาพในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา	การเก็บรวบรวมข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล - การเก็บรวบรวมข้อมูลและจำแนกข้อมูล - การอ่านและการเขียนแผนภูมิรูปภาพ - การอ่านและการเขียนตารางทางเดียว
2. เขียนตารางทางเดียวจากข้อมูลที่เป็นจำนวนนับ และใช้ข้อมูลจากตารางทางเดียวในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา	(One - way Table)

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ตาราง 7 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางสาระที่ 2 สถิติและความน่าจะเป็นมาตรฐาน ค 3.2

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
-	-

จากการศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ชำรงต้น สรุปได้ว่า นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 3 สาระ และรวม 28 ตัวชี้วัดดังนี้

ค 1.1 ป.3/1, ป.3/2, ป.3/3, ป.3/4, ป.3/5, ป.3/6, ป.3/7, ป.3/8, ป.3/9, ป.3/10, ป.3/11

ค 1.2 ป.3/1

ค 2.1 ป.3/1, ป.3/2, ป.3/3, ป.3/4, ป.3/5, ป.3/6, ป.3/7, ป.3/8, ป.3/9, ป.3/10, ป.3/11, ป.3/12, ป.3/13

ค 2.2 ป.3/1

ค 3.1 ป.3/1, ป.3/2

และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2563 : 9) จัดทำบทเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ได้ทั้งสิ้น 13 บทเรียนประกอบด้วย

- บทที่ 1 จำนวนนับไม่เกิน 100,000
- บทที่ 2 การบวกและการลบจำนวนนับไม่เกิน 100,000
- บทที่ 3 เวลา
- บทที่ 4 รูปเรขาคณิต
- บทที่ 5 แผนภูมิรูปภาพและตารางทางเดียว
- บทที่ 6 เศษส่วน
- บทที่ 7 การคูณ
- บทที่ 8 การหาร
- บทที่ 9 การวัดความยาว
- บทที่ 10 การวัดน้ำหนัก
- บทที่ 11 การวัดปริมาตร
- บทที่ 12 เงินและบันทึกรายรับรายจ่าย
- บทที่ 13 การบวก ลบ คูณ หารระคน

จากการศึกษาข้างต้นได้ข้อสรุปว่าในแต่ละตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางและบทเรียนที่กล่าวมานั้นมุ่งเน้น การแก้โจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์ปัญหา การแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และการนำไปใช้ ซึ่งเป็นคุณภาพของผู้เรียนที่สำคัญเมื่อจบระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อนำไปใช้ต่อยอดการเรียนรู้ในระดับชั้นที่สูงขึ้นไป ในการศึกษาวิจัยผู้วิจัยได้ใช้บทเรียนบทที่ 2 เรื่องการบวกและการลบจำนวนนับไม่เกิน 100,000 เป็นขอบเขตเนื้อหาสำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในการวิจัยครั้งนี้

การจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่สำคัญในการนำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไปปฏิบัติ ทั้งนี้การที่ผู้เรียนจะมีคุณภาพและบรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด หรือไม่ ขึ้นอยู่กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้วยเหตุนี้ครูผู้สอนต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ซึ่งเป็นเป้าหมายการจัดการเรียนรู้ โดยมีหลักการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล การจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับพัฒนาการทางสมอง และการจัดการเรียนรู้ ที่เน้นคุณธรรมจริยธรรม

ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญครูผู้สอนต้องจัดกระบวนการเรียนรู้ที่หลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามเป้าหมายของหลักสูตร กระบวนการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ในการเตรียมเข้าสู่โลกอนาคต เช่น การเรียนรู้แบบบูรณาการ กระบวนการสร้างความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการทางสังคม กระบวนการเผชิญสถานการณ์และแก้ปัญหา กระบวนการเรียนรู้จากประสบการณ์จริง กระบวนการปฏิบัติ กระบวนการจัดการ กระบวนการวิจัย กระบวนการเรียนรู้การเรียนรู้ของตนเอง และ กระบวนการพัฒนาทักษะนิสัย เป็นต้น อีกทั้งต้องให้ความสำคัญกับการใช้สื่อ การพัฒนาสื่อ การใช้ แหล่งเรียนรู้ ภูมิปัญญาท้องถิ่น และการวัดและประเมินผลอย่างหลากหลายควบคู่กันเพื่อให้เกิดการพัฒนาผู้เรียนอย่างแท้จริง

การใช้สื่อการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้เป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ตามความมุ่งหวังของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญยิ่ง ในการจัดทำพัฒนาและเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ที่ดีและมีประสิทธิภาพเหมาะสมตามความแตกต่างของผู้เรียน ด้วยเหตุนี้สถานศึกษาควรให้การส่งเสริม สนับสนุน ให้มีการนำสื่อไปใช้ในการพัฒนาการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อผู้เรียนอย่างหลากหลายและเพียงพอ โดยจัดให้มีแหล่งเรียนรู้ ศูนย์สื่อการเรียนรู้ ระบบสารสนเทศ และเครือข่ายการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพทั้งในสถานศึกษาและชุมชน รวมทั้งการศึกษาค้นคว้าวิจัยและพัฒนา สื่อการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ และศักยภาพของผู้เรียน

จากการศึกษาข้างต้น กล่าวโดยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีมาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัดเป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียน และทำให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ในการจัดการเรียนรู้ ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล พัฒนาการทางสมอง และเน้นคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมที่พึงประสงค์ ใช้สื่อการเรียนรู้ แหล่งการเรียนรู้ ภูมิปัญญาท้องถิ่น ศูนย์สื่อการเรียนรู้ ระบบสารสนเทศ เครือข่ายการเรียนรู้ เป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้เป็นการประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียนและเพื่อตัดสินผลการเรียน ซึ่งผู้เรียนจะต้องได้รับการพัฒนาและประเมินตามตัวชี้วัด เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ สะท้อน สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนซึ่งเป็นเป้าหมายหลักในการวัดและ ประเมินผลการเรียนรู้ในทุกระดับ

การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ประกอบด้วย ระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษา ระดับเขตพื้นที่การศึกษา และระดับชาติ มีรายละเอียดดังนี้

1. การประเมินผลระดับชั้นเรียน เป็นการตรวจสอบว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการความก้าวหน้าในการเรียนรู้ สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด อันเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หรือไม่ และมากน้อยเพียงใด มีสิ่งที่จะต้องได้รับการพัฒนาปรับปรุงและส่งเสริมในด้านใด นอกจากนี้ยังเป็นข้อมูล ให้ครูผู้สอน ใช้ปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของตน

2. การประเมินผลระดับสถานศึกษา เป็นการตรวจสอบผลการเรียนของผู้เรียนเป็นรายปี/รายภาค ผลการประเมินการอ่าน คิดวิเคราะห์และเขียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ และกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน ซึ่งเป็นการประเมินเกี่ยวกับการจัดการศึกษาของสถานศึกษา รวมทั้งสามารถนำผลการเรียนของผู้เรียนในสถานศึกษาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ระดับชาติและระดับเขตพื้นที่การศึกษา

3. การประเมินผลระดับเขตพื้นที่การศึกษา เป็นการประเมินคุณภาพผู้เรียนในระดับเขตพื้นที่การศึกษา ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนด เพื่อใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนาคุณภาพการศึกษาของเขตพื้นที่การศึกษา

4. การประเมินผลระดับชาติ เป็นการประเมินคุณภาพผู้เรียนในระดับชาติตามมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนด ผลจากการประเมินใช้เป็นข้อมูลในการเทียบเคียงคุณภาพการศึกษาในระดับต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนยกระดับ คุณภาพการจัดการศึกษา ตลอดจนใช้เป็นข้อมูลสนับสนุนการตัดสินใจในระดับนโยบายของประเทศ

สรุปได้ว่า การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

1) การประเมินผลระดับชั้นเรียน 2) การประเมินผลระดับสถานศึกษา 3) การประเมินผลระดับเขตพื้นที่การศึกษา และ 4) การประเมินผลระดับชาติ

การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระกระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการตัดสินใจ การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้นักเรียนรู้คำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบรูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ด้วยตนเอง นั่นคือ เน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน

นักวิชาการได้ให้ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

แบรนคา (Branca. 1980 : 3 - 7; อ้างถึงใน อภิขญา ลือชัย. 2555 : 15 -16) ได้ให้ความหมาย การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหามีนิยามได้หลายบริบทขึ้นอยู่กับบุคคล และสถานการณ์ การนิยามความหมายของการแก้ปัญหามักจะอยู่ในบริบทหลัก 3 บริบทต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหามุ่งหมาย (Problem Solving as a Goal) คือ การให้ความสำคัญกับนักเรียนเพื่อที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ว่า เมื่อต้องประสบกับสถานการณ์ หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใด นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร โดยไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงการเลือกใช้โจทย์ปัญหาที่พิเศษ เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องจำเพาะเจาะจง หรือไม่จำเป็นต้องเลือกใช้กระบวนการและกลวิธีแก้ปัญหานั้นเหมือนเดิมเสมอไป

2. การแก้ปัญหามุ่งหมายเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) คือ การกระทำที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาคำตอบซึ่งดำเนินไปอย่างมีขั้นตอนตามหลักการของเหตุและผล

3. การแก้ปัญหามุ่งหมายเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) คือ การแก้ปัญหโดยใช้ทักษะพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องคำนึงถึงการพิจารณาเนื้อหาและบริบทที่จะใช้เป็น โจทย์ รวมถึงรูปแบบหรือประเภทของ โจทย์ปัญหา การออกแบบ โจทย์ปัญหา และวิธีการใช้แก้ปัญหานั้น

โพลยา (Polya. 1980 : 1) ได้ให้ความหมายถึง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือการสืบค้นหาคำตอบ หาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหาและนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป จนเกิดเป็นกระบวนการในการหาคำตอบ เป็นการหาวิธีการและหาแนวทางในการแก้ปัญหานั้น เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ชัดเจน แต่สิ่งที่เหล่านั้นมิได้เกิดอย่างทันทีทันใด และในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนไม่ควรจะเรียนรู้ข้อเท็จจริงหรือวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่นักเรียนควรจะเรียนรู้ที่จะสืบค้นหาคำตอบของ โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง

ลูฟลิค (Lufflig. 1988 : 348) ได้ให้ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการใช้ทักษะการคำนวณเพื่อแก้ปัญหานั้นที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันและใช้ภาษาในการสื่อสาร โดยไม่รวมการแก้ปัญหานั้นที่อยู่ในรูปของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรืออยู่ในรูปของตัวเลขเท่านั้น

ประสาธ สอนวงศ์ (2536 : 38) ได้ให้ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่ประกอบขึ้นด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ที่สำคัญคือ การทำความเข้าใจกับข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ จัดข้อมูล วางลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้น ทดลองแก้ปัญหานั้น ตรวจสอบคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 7) ได้ให้ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556 : 7) ได้ให้ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามันจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากความหมายข้างต้นกล่าวสรุปได้ว่า การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะในการปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อค้นหาคำตอบในสิ่งที่ไม่รู้ โดยอาศัยกระบวนการและแนวทางหรือมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการค้นหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของโพลยา ที่กล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การสืบค้นหาคำตอบ หาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหาและนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป จนเกิดเป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหา ทั้งนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ สสวท. ที่กล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ซึ่งได้รวบรวมไว้ดังต่อไปนี้

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer and Trublood, 1978 : 32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 8 ประการดังนี้

1. เทคนิคการรู้ศัพท์
2. ทักษะการคิดคำนวณ
3. การจำแนกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
7. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
8. การแปลความหมายของ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมบูรณ์ หมุนแก้ว (2533 : 10) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 4 ประการดังนี้คือ

1. องค์ประกอบทางสติปัญญา
2. ความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์

3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล

4. ความสามารถในการคิดคำนวณ

สุพัตรา ผาติวิสันต์ (2534 : 18) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 6 ประการ ได้แก่

1. ความรู้ความสามารถในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการอ่าน การแปล และการตีความหมาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์และแยกแยะหาความสัมพันธ์
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. การมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 81 - 82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ 5 ประการดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

องค์ประกอบสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากโจทย์ปัญหาจะอยู่ในรูปของข้อความที่เป็นตัวอักษร ซึ่งนักเรียนต้องอ่านและทำความเข้าใจ เพื่อพิจารณาลักษณะที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตลอดจนข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาจึงต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม มโนทัศน์ และ ข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา จึงแสดงถึงความสามารถในการระลึกถึงและความสามารถในการเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ของนักเรียน

2. ทักษะในการแก้ปัญหา

ทักษะนี้ต้องมีการฝึกฝนบ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ นักเรียนที่ได้ฝึกแก้ปัญหาอยู่เสมอ จะมีโอกาสพบโจทย์ปัญหาหลายรูปแบบทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน เมื่อเจอปัญหาใหม่ก็สามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อหาโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วได้ จึงมีประสบการณ์ในการเลือกใช้วิธีการหรือวางแผนเพื่อกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล

ทักษะการคิดคำนวณและการให้เหตุผล มักอยู่ในขั้นของการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้เรียบร้อยแล้ว โดยทักษะการคิดคำนวณพื้นฐานเป็นสิ่งที่นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้เกิดความชำนาญ เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบ

ความสำเร็จ สำหรับการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องศึกษากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจเพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. แรงขับ

โจทย์ปัญหาบางข้ออาจเป็นสถานการณ์แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้พลังในการคิดวิเคราะห์หามาก นักเรียนจึงต้องมีแรงขับในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งมาจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจ ฝึสัมผัส แต่สิ่งเหล่านี้ต้องใช้ระยะเวลาในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม

5. ความยืดหยุ่น

ผู้แก้โจทย์ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตัวเองคุ้นเคย โดยการเปิดโอกาสให้ตัวเองได้เรียนรู้ ยอมรับรูปแบบการคิดและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

สุจิตรา กาญจนนิวาสน์ (2544 : 19) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่าน โจทย์ วิเคราะห์ โจทย์หาความสัมพันธ์ คิดคำนวณ และตรวจสอบ

สุวรรณ กาญจนมยุร (2545 : 50 - 52) กล่าวถึงการที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้และประสบการณ์ทั้งหมดที่ตนมีอยู่ไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นได้ โดยวิธีใด จะต้องอาศัยองค์ประกอบ 5 ประการดังนี้

1. ภาษา คือ ต้องมีทักษะการอ่าน และการเก็บใจความ
2. ความเข้าใจ กล่าวคือ มีทักษะจับใจความ ตีความ แปลความจากโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งต้องมีทักษะในการแต่งหรือสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การคำนวณ คือมีทักษะพื้นฐานในการคำนวณ เช่น ทักษะการบวก การลบ การคูณ การหาร เป็นต้น
4. การย่อความ และสรุปความให้ครบถ้วนชัดเจนในขั้นแสดงวิธีทำ
5. การฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

วัชรวิ บูรณสิงห์ (2546 : 178 - 179) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนนั้นจะประสบผลสำเร็จหรือไม่เพียงใด จะขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ประการ ได้แก่

1. โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ธรรมชาติของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จหรือไม่สำเร็จ เนื้อหาที่สำคัญในโจทย์ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ รูปแบบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่วิธีการที่นำเสนอข้อมูลต่าง ๆ และโครงสร้างของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซับซ้อนหรือไม่ซับซ้อน ทั้งในด้านเนื้อหา ภาษา ที่ใช้รูปประโยคหรือความเป็นเหตุเป็นผล

2. นักเรียน ลักษณะต่าง ๆ ในตัวของนักเรียนแต่ละคน ได้แก่ ความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ และความชำนาญในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหานี้ ความสามารถในการอ่าน การฟัง และความเข้าใจ ในด้านภาษาและภาษา คณิตศาสตร์ ความสามารถในการทำความเข้าใจในโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

3. กระบวนการในโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบในด้านกระบวนการนี้ เกี่ยวข้องอย่างใกล้ชิดกับ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนผู้จะแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการ แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคนในขณะที่แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ เช่น การจัดการแยกแยะข้อมูลต่าง ๆ วิธีการวิเคราะห์ (กำหนดอะไรบ้าง ต้องการให้ หาอะไร ข้อมูลอะไรบ้างที่จำเป็น และไม่จำเป็นต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์) เทคนิคต่าง ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และวิธีการในการตรวจคำตอบ

4. สภาพแวดล้อมในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งต่าง ๆ ที่นอกเหนือจากตัวของนักเรียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อรชร ภูบุญเต็ม (2550 : 19 - 20) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการดังนี้

1. องค์ประกอบด้านสติปัญญา ได้แก่

1.1 ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กฎ ทฤษฎี สูตรต่าง ๆ

1.2 ความสามารถในการใช้ตัวแทน เช่น การวาดรูป การกำหนดสัญลักษณ์ การสร้างตาราง กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

1.3 ความสามารถในการวางแผน หาความสัมพันธ์ การจัดลำดับ การหาแบบรูป หรือข้อสรุป

1.4 ความสามารถพื้นฐานในการคิดคำนวณ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ซึ่งถือเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความรู้สึกและเจตคติต่อการแก้ปัญหา ได้แก่

2.1 ความต้องการ ความสนใจในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหาว่าท้าทายหรือสามารถรู้คำตอบของผู้แก้ปัญหานั้นมากน้อยเพียงใดและมีความเกี่ยวข้องกับผู้แก้ปัญหหรือไม่ เป็นต้น

2.2 ความมั่นใจ ความวิตกกังวล ความพากเพียรและความอดทนในการแก้ปัญหา

3. องค์ประกอบด้านสิ่งแวดล้อม ได้แก่

3.1 บรรยากาศในการเรียนการสอน เช่น ครูผู้สอน รูปแบบการสอน (ให้แก้ปัญหาค้นเดียวหรือหลายคน) เทคนิคหรือวิธีการสอนของครู การใช้สื่อ สภาพห้องเรียน เป็นต้น

3.2 เพื่อนร่วมชั้นหรือบุคคลใกล้ชิด

3.3 ระยะเวลาและความต่อเนื่องในการแก้ปัญหา

กระทรวงศึกษาธิการ (2557 : 22) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การมองเห็นภาพ หมายความว่าผู้ที่จะแก้ปัญหามจะมองทะลุและกว้างไกล มองเห็นแนวทางที่จะคิดแก้ปัญหาม

2. การจินตนาการ ในการคิดแก้ปัญหามนั้นจะต้องรู้จักจินตนาการว่า ควรจะเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาม

3. การจัดกระทำอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบมีขั้นตอน ทำด้วยความชำนาญ

4. การวิเคราะห์ จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาม เมื่อโจทย์ปัญหามพูดถึงเรื่องอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไป และมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาม

โดยสรุปแล้วองค์ประกอบของการแก้ปัญหาม โจทย์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกอบด้วย 3 ประการ ได้แก่ 1) องค์ประกอบด้านสติปัญญา เช่น ความเข้าใจเนื้อหา การวางแผน ทักษะพื้นฐาน ในการคิดคำนวณ เป็นต้น 2) องค์ประกอบด้านเจตคติ เช่น ความสนใจในเนื้อหา ความเพียรและความอดทน เป็นต้น และ 3) องค์ประกอบด้านสิ่งแวดล้อม เช่น บรรยากาศในการเรียนการสอน วิธีการสอนหรือเทคนิค การใช้สื่อต่าง ๆ เป็นต้น

ขั้นตอนและกระบวนการการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์องค์ประกอบสำคัญคือ กระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งถือเป็นแนวทางหรือเป็นการวางแผนในการหาคำตอบ ทั้งนี้กระบวนการในการแก้ปัญหามีแตกต่างและหลากหลาย ตามแต่วัตถุประสงค์หรือความถนัดของผู้ใช้ ขั้นตอนและกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ลำดับของวิธีการได้มาซึ่งคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้นักการศึกษาหลายนำเสนอขั้นตอนและกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

ซูย์เดียม (Suydam. 1980 : 38 - 39) ได้รวบรวมแนวคิดของกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน แล้วสรุปเป็นกระบวนการแก้ปัญหาลงไปไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยการตระหนักรู้ถึงสถานการณ์ของปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนว่าจะแก้ปัญหอย่างไร ได้แก่

1. แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนประกอบย่อย แจกแจงข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

2. ระลึกถึงข้อมูลที่เป็นสารสนเทศของปัญหา และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ

3. ตั้งสมมติฐานหรือแนวคิดว่าจะดำเนินการแก้ปัญหอย่างไร

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญห ได้แก่

1. แปลงประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างตัวแทนของสถานการณ์ของปัญหา

2. วิเคราะห์สถานการณ์ออกเป็นปัญหาย่อยเพื่อหาคำตอบโดยการแก้ปัญหาย่อยเหล่านั้น

3. คำนวณหาผลลัพธ์ออกมา

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและผลลัพธ์ที่ได้มา ได้แก่

1. ย้อนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้มากับตัวปัญหา

2. ทบทวนผลลัพธ์ที่ได้มาว่ามีความถูกต้องหรือไม่

3. ค้นคว้าหาวิธีการในการแก้ปัญหาวิธีใหม่ต่อไป

แบรนส์ฟอร์ด และสแตน (Bransford and Stein. 1984 : 526; อ้างถึงใน Nitko and Brookhart. 2007 : 217) เสนอทักษะพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือกระบวนการทั่วไปที่ใช้แก้ปัญหาลงไป 5 ขั้นตอน และเรียกกระบวนการนี้ว่า “นักแก้ปัญหามืออาชีพ” (IDEAL Problem Solver) ซึ่งประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 : I - “Identify the problem” การพิจารณาปัญหา

ขั้นที่ 2 : D - “Define and represent the problem”

การกำหนดลักษณะของปัญหาและการสร้างตัวแทนของปัญหา

ขั้นที่ 3 : E - “Explore possible strategies”

การสำรวจกลยุทธ์ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 : A - “Act on the strategies”

การดำเนินการแก้ปัญหาตามกลยุทธ์ที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 5 : L - “Look back and evaluate the effects of your activities”

การตรวจสอบและประเมินผลการแก้ปัญหา

เบเออร์ (Beyer, 1987 : 192 - 196; อ้างถึงใน จรุง ขำพงศ์, 2542 : 18 - 20) ได้ศึกษาทฤษฎีเมตาคอกนิชัน (Metacognition) ในการแก้ปัญหาและได้แบ่งทฤษฎีเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาออกเป็น 3 ขั้นตอนย่อย ดังนี้

ขั้นที่ 1 วางแผนการแก้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหามา กำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาต่อไป ซึ่งประกอบด้วย

1. กำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หาสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลจำเป็นในการแก้ปัญหา
2. เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการ หรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุด
3. เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการนำวิธีการหรือ ขั้นตอน ที่เลือกมาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ทำให้สะดวกต่อการแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อผิดพลาด ที่อาจเกิดขึ้น
4. คาดเดาอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้ เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้
5. คาดเดาวิธีการที่จะสามารถแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น
6. ประเมินหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการ โดยการวิเคราะห์ข้อมูล หรือเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหามา กำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 2 กำกับการแก้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปพร้อม ๆ กับการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1. กำกับเป้าหมายการแก้ไขปัญหาคือ เป็นการกำกับถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการขณะทำการแก้ปัญหา
2. กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้
 - 2.1 รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ
 - 2.2 ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป
 - 2.3 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม
 - 2.4 รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น
 - 2.5 รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

ขั้นที่ 3 ประเมินการแก้ปัญหา (Assessment) เป็นการมองย้อนกลับไปที่ยุทธศาสตร์ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด โดยประกอบด้วย

1. ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้ แก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหามีสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหานั้น ๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่
2. พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้น ถูกต้อง
3. ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้เป็นการมองย้อนกลับไปที่วิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นในขณะแก้ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป
4. ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะแก้ปัญหาแล้ววิเคราะห์หาสาเหตุและแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นจริง เพื่อเป็นการลดปัญหาและอุปสรรคที่อาจจะเกิดขึ้นในครั้งต่อไป
5. พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาว่าทำให้การแก้ปัญหามีความถูกต้องแน่นอนนั้นประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

โพลยา (Polya, 1987 : 5 - 40) ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหาว่าต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และ

ระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาคำด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทาง หรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดของแผน ให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบ หรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาลักษณะอื่นหรือไม่ สำหรับนักเรียน ที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในนี้ได้

พิซซินิ และคณะ (Pizzini and et al. 1989 : 528) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณาปัญหา (Search : S) เป็นการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและ แยกแยะประเด็นของปัญหา การแสวงหาข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับปัญหา ซึ่งประกอบด้วย การระดมความคิด การสังเกต การวิเคราะห์ การอภิปรายและการบรรยาย เพื่อทำให้เกิดการแยกแยะประเด็น ปัญหาต่าง ๆ ช่วยนักเรียนในด้านการมองเห็นความสัมพันธ์ของมโนคติต่าง ๆ ที่มีอยู่ในปัญหานั้น ๆ นักเรียนจะต้องอธิบายและให้ขอบเขตของปัญหาคำอธิบายจากความเข้าใจของนักเรียนเอง ซึ่งจะต้องตรงกับจุดมุ่งหมายของบทเรียนที่ตั้งไว้ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องหาข้อมูลของปัญหาเพิ่มเติม โดยอาจหาได้จากการที่นักเรียนตั้งคำถาม ถามครูหรือเพื่อนนักเรียนด้วยกัน การอ่านบทความ ในวารสารหรือหนังสือคู่มือต่าง ๆ การสำรวจและอาจได้มาจากงานวิจัยหรือตามตำราต่าง ๆ

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve : S) เป็นการวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการต่าง ๆ ในขั้นนี้ นักเรียนต้องวางแผนการแก้ปัญหารวมไปถึงการวางแผนใช้เครื่องมือ ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง การหาวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

ที่ถูกต้อง โดยการนำข้อมูลที่ได้จากขั้นการพิจารณาปัญหา (Search : S) มาใช้ประกอบการแก้ปัญหา ขณะที่นักเรียนกำลังดำเนินการ ถ้าพบปัญหานักเรียนสามารถที่จะย้อนกลับไปขั้นการพิจารณาปัญหา (Search : S) ได้อีกหรือผู้เรียนอาจจะปรับปรุงแผนของตนที่วางไว้โดยการประยุกต์วิธีการต่าง ๆ มาใช้ก็ได้

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create : C) เป็นการนำผลที่ได้จากการแก้ปัญหามาเรียบเรียงเป็นลำดับขั้นตอน และเพื่อสื่อสารให้คนอื่นเข้าใจได้ โดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ที่ง่าย สละสลวย มาขยายความหรือตัดทอนคำตอบที่ได้ให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถอธิบายหรือสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ง่าย

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share : S) เป็นการแลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา โดยคำตอบที่เกิดขึ้นอาจจะได้รับการยอมรับหรือไม่ยอมรับก็ได้ คำตอบที่ได้รับการยอมรับและถูกต้องนักเรียนก็จะมาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบและคำตอบนั้นอาจนำไปสู่การเกิดปัญหาใหม่ก็ได้ ส่วนคำตอบหรือวิธีการที่ไม่ได้รับการยอมรับนักเรียนจะต้องร่วมกันพิจารณาว่าเกิดการผิดพลาดที่ใดบ้าง อาจจะผิดพลาด ในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาหรือการแก้ปัญหาผิดพลาด โดยมีคนอื่นช่วยประเมิน

สุพัตรา ชาติวิสันต์ (2534 : 20) ได้สรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การวิเคราะห์ปัญหา เป็นการทำความเข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โจทย์ถามอะไร เงื่อนไขในโจทย์หมายความว่าอย่างไร และอะไรคือสิ่งที่ต้องใช้ประกอบการแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นการมองความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ แล้วค้นหาวิธีการที่จะแก้ปัญหานั้น โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่และความรู้ที่เรียนมาประกอบกัน

ขั้นที่ 3 การหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นการลงมือทำตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องโดยอาศัยการคำนวณที่เหมาะสม และคำตอบที่ได้ต้องมีการทดสอบโดยการแทนค่าในโจทย์แล้วว่าถูกต้อง

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2536 : 43 - 45) ได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดแก้ปัญหา และสรุปกระบวนการแก้ปัญหตามกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์ได้แก่

1. การบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
2. การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา

3. การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
 4. การระบุคำที่ยากต่อการเข้าใจ
- ขั้นที่ 2 การสร้างตัวแทนปัญหา ได้แก่
1. การวาดรูป แสดงข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนด
 2. การสร้างแผนภูมิหรือแผนภาพ
 3. การเขียนสัญลักษณ์ต่าง ๆ แทนข้อความในโจทย์
 4. การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
 5. การจัดระบบข้อมูลใหม่
- ขั้นที่ 3 การวางแผนในการแก้ปัญหา ได้แก่
1. การระบุเงื่อนไขจากโจทย์
 2. การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา
 3. การเลือกขั้นตอนในการทำงาน
 4. การจัดลำดับขั้นตอน
 5. การประมาณค่าคำตอบ
 6. การระบุว่าปัญหาเกี่ยวกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด
- ขั้นที่ 4 การลงมือแก้ปัญหา ได้แก่
1. การดำเนินการตามแผนที่กำหนดไว้
 2. การใช้ทักษะด้านพีชคณิตและเรขาคณิต
 3. การระบุเหตุผลในการคำนวณ
 4. การระบุความถูกต้องในการคำนวณ
 5. การใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ
- ขั้นที่ 5 การตรวจสอบการแก้ปัญหา ได้แก่
1. การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา
 2. การทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคิดคำนวณ
 3. การตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่
 4. การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ
 5. การทบทวนคำตอบจากการประมาณค่า

ลิขสิทธ์ของศาสตราจารย์ ดร.สุวรรณี (2542 : 114) ได้ศึกษาแนวคิดจากทฤษฎีต่าง ๆ พบว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการทางปัญญาเป็นพื้นฐานจะพบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการภายในของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ 4 ขั้น ได้แก่

ขั้นที่ 1 ความสามารถพื้นฐาน (Intellectual Skills) เป็นขั้นที่มีกฎเกณฑ์ มีความคิดรวบยอดไว้ล่วงหน้า ถ้าไม่มีแล้วนักเรียนจะเรียนรู้ต่อไปในเรื่องนั้น ๆ ไม่ได้

ขั้นที่ 2 เห็นแนวทางแก้ปัญหา (Problem Schemata) เป็นการให้ความรู้สอดคล้องกับโครงสร้างการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ว่า นักเรียนจะต้องสามารถรู้กฎหรือแนวดำเนินการคณิตศาสตร์ ซึ่งจะมีวิธีดำเนินการใหญ่ ๆ ในแต่ละข้อ

ขั้นที่ 3 วางแผนดำเนินการ (Planning Strategy) คือ การที่นักเรียนรู้วิธีดำเนินการรู้ว่า มีขั้นตอนดำเนินการอย่างไร ควรทำอะไรก่อนอะไรหลัง

ขั้นที่ 4 สามารถตรวจสอบผล (Validation) เมื่อได้คำตอบแล้วควรตรวจสอบได้ว่า ถูกหรือผิดอย่างไร

วราพร ขาวสุทธิ (2542 : 75 - 77) ได้สังเคราะห์กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาพบว่า ทักษะย่อยที่จำเป็นในแต่ละขั้นตอนมี 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างตัวแทนปัญหา ประกอบด้วย

1. ทักษะการทำความเข้าใจปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้เป้าหมายของการแก้ปัญหา ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และบอกคำยากต่อการเข้าใจได้
2. ทักษะการเชื่อมโยงปัญหา โดยการเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมที่มีอยู่
3. ทักษะการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยสร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่าง ๆ คือ ใช้การวาดรูป สร้างแผนภูมิ แผนภาพ แทนสิ่งที่โจทย์กำหนด การเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความในโจทย์และการจัดระบบข้อมูลใหม่

ขั้นที่ 2 การคิดวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1. ทักษะการระบุเงื่อนไข โดยการระลึกรูปแบบ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ ข้อมูลข้างเคียงและสิ่งที่ต้องการหา แล้วระบุเงื่อนไขที่สอดคล้องกับโจทย์
2. ทักษะการสร้างขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยการเลือกขั้นตอน แบ่งขั้นตอนและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
3. ทักษะเลือกแนวทางการแก้ปัญหา โดยเลือกวิธีการ หลักการที่เป็นไปได้มากที่สุดในการแก้ปัญหา

4. ทักษะการประมาณค่าคำตอบ โดยการตั้งสมมติฐานและคาดคะเนคำตอบ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1. ทักษะการดำเนินงาน โดยการลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่กำหนดไว้
2. ทักษะด้านการคำนวณ โดยคิดคำนวณตามความรู้ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

3. ทักษะการระบุเหตุผลในการดำเนินการ โดยระบุความถูกต้องในการคำนวณ จากการใช้กฎเกณฑ์ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1. ทักษะการตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยตรวจสอบการดำเนินการแต่ละขั้นตอนว่าตรงกับสิ่งที่ต้องการ

2. ทักษะการทบทวนคำตอบ พิจารณาจากการคิดคำนวณ และการประมาณค่า

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543 : 44) สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง เป็นต้น

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ อาจมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบผล เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้น ว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

วัชรา เล่าเรียนดี (2553 : 130) ได้เสนอการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 K (What We Know) เรารู้อะไรบ้างหรือโจทย์บอกอะไร

ขั้นที่ 2 W (What We Want to Know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไรหรือโจทย์ให้ทำอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีการอะไรได้บ้าง

ขั้นที่ 3 D (What We Do to Find Out) เราทำอะไร อย่างไรหรือดำเนินการตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 L (What We Learned) เราเรียนรู้้อะไรหรือคำตอบที่ได้ และบอกวิธีคิดคำนวณคำตอบอย่างไร

นอกจากนี้แล้วยังมีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบ DAPIC ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่บูรณาการกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน อัมพร ม้าคะนอง (2554 : 42) โดยกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบ DAPIC มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. Define เป็นการทำความเข้าใจ กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน
2. Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
3. Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาและวางแผนดำเนินการ
4. Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับให้ดีขึ้น
5. Communicate เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์สรุป และสื่อสาร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561 : 85 - 87) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่า สถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร ต้องการให้หาอะไรกำหนดอะไรให้บ้าง เกี่ยวข้องกับความรู้ใดบ้าง การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดภาพ การเขียนตาราง การบอกหรือเขียนสถานการณ์ปัญหาคด้วยภาษาของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้ได้อย่างไร รวมถึงพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์การแก้ปัญหาที่ผู้เรียนมีอยู่เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการลงมือปฏิบัติ ตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถหาคำตอบได้ผู้เรียนต้องตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนในแผนที่วางไว้หรือเลือกยุทธวิธีใหม่จนกว่าจะได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบผู้เรียนอาจมองย้อนกลับไปพิจารณายุทธวิธีอื่น ๆ ในการหาคำตอบ และขยายแนวคิดไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาอื่น

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ลำดับขั้นตอนของวิธีการได้มาซึ่งคำตอบจากโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเปรียบเทียบขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังตารางนี้

ตาราง 8 ตารางเปรียบเทียบขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษา	ขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์										
	ความสามารถพื้นฐาน	ทำความเข้าใจปัญหา	การเข้าถึงข้อมูล	สร้างตัวแทนปัญหา	กำกับการแก้ปัญหา	หากกลยุทธ์	วางแผนแก้ปัญหา	ดำเนินการตามแผน	ตรวจสอบ/ประเมินผล	การสรุปคำตอบ	แลกเปลี่ยนความคิดเห็น
ชูย์เดียม		✓					✓	✓	✓		
โพลยา		✓					✓	✓	✓		
พิชชินี		✓			✓					✓	✓
แบรนฟอร์ด		✓		✓		✓		✓	✓		
เบเออร์		✓			✓				✓		
สุพัตรา ผาติวิสันต์		✓					✓	✓			
ทองหล่อ วงษ์อินทร์		✓		✓			✓	✓	✓		
ชมนาด เชื้อสุวรรณ	✓					✓	✓	✓	✓		
วราพร ขาวสุทธิ				✓			✓	✓	✓		
สมศักดิ์ โสภณพินิจ		✓				✓	✓	✓	✓		
อัมพร ม้าคะนอง		✓	✓				✓	✓	✓		
วัชรรา เล่าเรียนดี		✓					✓	✓	✓		
สสวท.		✓					✓	✓	✓		

จากตารางเปรียบเทียบขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยได้เลือกใช้ขั้นตอนกระบวนการในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ที่เป็นที่ยอมรับและยอมรับ คือ 1) ทำความเข้าใจกับปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน และ 4) ตรวจสอบผล ซึ่งสอดคล้องตามแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยาและ สสวท. มาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นกระบวนการที่ขั้นตอนไม่มาก ทั้งยังจัดสิ่งที่เป็นอุปสรรคในการค้นหาคำตอบออกไปให้กับนักเรียน ซึ่งเหมาะสมกับวัยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 อีกด้วย ดังนั้นจึงเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและ สสวท. เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยในครั้งนี้

ยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ถือเป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้เรียนพร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีที่เผชิญปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้และฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้เกิดความชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 14) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เทคนิคหรือวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาและเป็นเครื่องช่วยนำทางในการแก้ปัญหา

เสรี ทองลอย (2553 : 2 - 3) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้ปัญหา ผู้รู้จักยุทธวิธีในการแก้ปัญหาหลายรูปแบบเปรียบเสมือนช่างฝีมือที่มีเครื่องมือหลายชนิด สามารถเลือกใช้เครื่องมือเหมาะสมกับงานและทำงานนั้นได้สำเร็จโดยง่าย

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553 : 1) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง วิธีการหรือแนวทางที่นำมาช่วยแก้ปัญหา หรือหาคำตอบโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลาย โดยใช้ความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้จินตนาการทางความคิดมาสร้างสรรค์การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 13 - 19) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการช่วยนักเรียนให้สร้างความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนให้เพียงพอ โดยให้ได้รับการฝึกหัดการใช้ยุทธวิธีให้สามารถนำมาใช้ได้ การใช้ยุทธวิธีของนักเรียนจำเป็นต้องอยู่ในขอบเขตของหลักสูตร เพื่อที่ว่านักเรียนจะได้พัฒนาความรู้ และทักษะที่มีอยู่ให้สามารถนำมาปรับใช้กับยุทธวิธีที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสมสิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องกระทำเมื่อเผชิญกับปัญหาคือการเลือกและประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาซึ่งอยู่ในขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา ปัญหาเดียวกันอาจใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายอย่าง โดยการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมครูสามารถแนะนำยุทธวิธีและช่วยให้นักเรียน ได้เรียนรู้ยุทธวิธีเหล่านั้น เมื่อนักเรียนมีวุฒิภาวะมากขึ้นนักเรียนจะสามารถตัดสินใจในการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2558 : D - E) กล่าวว่า ยุทธวิธีถือว่าเป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องเลือกใช้เมื่อพบปัญหา จึงจำเป็นที่ผู้เรียนควรจะได้

ได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะในการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ อย่างคล่องแคล่วให้ชำนาญ โดยสำนักพัฒนา
นวัตกรรมการจัดการศึกษาได้เสนอยุทธวิธีช่วยคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ 7 ยุทธวิธีดังนี้

1. การวาดภาพ
2. การหาแบบรูป
3. การคิดแบบย้อนกลับ
4. การสร้างตาราง
5. การเดาและตรวจสอบ
6. การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
7. การเลือกยุทธวิธี

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง
เทคนิควิธีการ เครื่องมือ หรือทักษะกระบวนการที่สำคัญจะช่วยให้ผู้เรียน สามารถแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จโดยง่าย ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาอาจเหมาะกับยุทธวิธีหนึ่ง
แต่บางปัญหาอาจเหมาะกับการใช้หลาย ๆ วิธีพร้อมกัน ซึ่งผู้แก้ปัญหาคงต้องเลือกยุทธวิธีในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เหมาะสม จึงจะทำให้การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำเร็จได้อย่างมี
ประสิทธิภาพ

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ จะต้องคำนึงหลักการสอนเพื่อใช้เป็น
แนวทางในการจัดการเรียนรู้

บรูเนอร์ และคณะ (Bruner and et al. 1956 : 1 - 54) ได้เสนอหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้
4 ประการ ดังนี้

1. การสร้างการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจะช่วยให้เด็ก ๆ สร้างเกณฑ์ต่าง ๆ ขึ้นได้เอง
จะช่วยให้นักเรียนนำเกณฑ์ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม
2. การให้คำอธิบาย เน้นความสามารถที่จะถ่ายทอดแนวคิดต่าง ๆ เป็นสัญลักษณ์
ซึ่งหมายถึง การใช้ภาษาคณิตศาสตร์อธิบายแนวคิดต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
3. การเปรียบเทียบและความแตกต่าง ถ้าครูผู้สอนสามารถชี้ให้เห็นถึงความแตกต่าง
ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ดีเพียงใด จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น บรูเนอร์ชี้ให้เห็นว่า
การสอนคณิตศาสตร์ควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม จะสามารถช่วยให้นักเรียนเกิด
แนวคิดได้เร็วยิ่งขึ้น

4. ความต่อเนื่อง การจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์แบบบันไดเวียน เมื่อสอนเนื้อหาไปตอนหนึ่งจะทบทวนของเก่า แล้วให้เนื้อหาใหม่เพิ่มเป็นอย่างนี้ตลอดไป เน้นถึงการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้ความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน จัดการเรียนการสอนในรูปแบบเชิงปฏิบัติการ มีการจัดแบ่งกลุ่ม นักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก มอบหมายให้ทำงานเกี่ยวกับการใช้สื่อการเรียน ครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ ตรวจสอบว่า นักเรียนเข้าใจหรือไม่ อย่างไร ให้ความสำคัญกับการเรียนรู้จากประสบการณ์ และการนำความรู้ไปใช้ ประโยชน์

สมทรง สุวพานิช (2539 : 93 - 94) ได้เสนอการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 9 ข้อ ดังนี้

1. การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้ของจริงประกอบการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นขั้นตอนต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง
2. ให้โอกาสเด็กได้แสดงวิธีการคิดคำนวณของเด็กเอง และชี้ให้เห็นถึงความยากตลอดจนข้อแตกต่างระหว่างเรื่องที่กำลังเรียนกับเรื่องที่เรียนมาแล้ว
3. ให้เด็กได้ใช้ความหมายค้นหาคำตอบด้วยตนเอง โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการคิด
4. ควรใช้วัสดุอุปกรณ์ช่วยสอนขั้นตอนต่าง ๆ ให้มาก
5. ให้เด็กได้ทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนใหม่ พร้อมทั้งให้เด็กอธิบายวิธีการคำนวณที่เด็กทำด้วย
6. การฝึกฝนให้เกิดทักษะนั้นเป็นสิ่งที่ต้องทำ แต่ควรฝึกหลังจากที่เด็กเข้าใจวิธีการนั้น ๆ เป็นอย่างดี

7. ควรสอนในเรื่องที่เด็กยังไม่เข้าใจจนกว่าเด็กจะเข้าใจและทำได้ถูกต้อง

8. ควรให้เด็กได้นำเอาความรู้ที่ได้เรียนไปใช้ในชีวิตประจำวัน

9. ให้แบบฝึกหัดเด็กทำอยู่เสมอเพื่อเป็นการฝึกทักษะในเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว

สายชล มีทรัพย์ (2542 : 50 - 51) ได้กล่าวถึง ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ มี 3 ทฤษฎี ดังนี้

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) ทฤษฎีนี้เน้นในเรื่องการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ซ้ำ ๆ จนกว่านักเรียนจะเกิดความเคยชินต่อวิธีการนั้น ๆ ทฤษฎีนี้เชื่อว่าวิธีดังกล่าวทำให้นักเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ ฉะนั้นการสอนของครูผู้สอนจึงเริ่มต้นโดยครูผู้สอนให้ตัวอย่างบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ แล้วให้นักเรียนฝึกฝนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนชำนาญนักการศึกษาปัจจุบันยังยอมรับว่าการฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาทักษะ แต่ทฤษฎีนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการ คือ

- 1.1 นักเรียนต้องจดจำ ท่องกฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งยุ่งยาก
- 1.2 นักเรียนไม่อาจจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่เรียนมาได้หมด
- 1.3 นักเรียนไม่ได้เรียนอย่างเข้าใจ จึงเกิดความลำบาก สับสนในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหาและสิ่งของที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental Learning Theory) ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่า นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความต้องการหรืออยากรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ฉะนั้นกิจกรรมการเรียนต้องจัดขึ้นจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในโรงเรียนหรือชุมชน ซึ่งนักเรียนได้ประสบกับตนเอง ส่วนข้อบกพร่องของทฤษฎีนี้คือ เหตุการณ์ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ ไม่ได้เกิดขึ้นบ่อย ดังนั้นการเรียนการสอนตามทฤษฎีนี้จะใช้ได้เป็นครั้งคราว ถ้าไม่มีเหตุการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นแล้วทฤษฎีนี้จะไม่เกิดผล

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) ทฤษฎีนี้ตระหนักว่าการคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ในสังคมของเด็ก เป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อตนเองและเป็นเรื่องที่ได้พบเห็น เป็นประจำในสังคม และจากผลการค้นคว้าพบว่า การสอนนักเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 2 ตามทฤษฎีนี้ นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับว่าเหมาะสมในการ นำไปสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวางในปัจจุบัน

ทั้งนี้ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน เป็นทฤษฎีที่ถูกนำมาใช้ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันซึ่งถือว่าเป็นทฤษฎีที่ใช้ได้ผลถึงแม้จะมีข้อบกพร่องอยู่บ้าง แต่เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะจำเป็นจะต้องฝึกฝนอยู่เสมอ ซึ่งการฝึกทักษะมีองค์ประกอบสำคัญที่สัมพันธ์กันอยู่ 3 ประการ คือ มโนทัศน์ ทักษะ และการประยุกต์ โดยการเรียนรู้จะเริ่มต้นจากความเข้าใจ มโนทัศน์เป็นอันดับแรก การฝึกทักษะส่งผลให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมาแล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือ สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพมีหลักการและทฤษฎีที่สำคัญ ได้แก่ การสร้างการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ การให้คำอธิบายแนวคิด การเปรียบเทียบความแตกต่าง ความต่อเนื่องของเนื้อหา การเปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอแนวคิด ตลอดจนการใช้สื่อต่าง ๆ ในการจัดการเรียนรู้ แต่อย่างไรก็ตามคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นต้องใช้ทักษะและต้องฝึกฝนอยู่เสมอ การฝึกฝนจะส่งผลให้เกิดความชำนาญ และก่อให้เกิดการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ เป็นสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่จัดขึ้นอย่างเป็นระบบระเบียบตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดหรือความเชื่อต่าง ๆ โดยมีการจัดกระบวนการหรือขั้นตอนในการเรียนการสอน โดยอาศัยวิธีสอนหรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ เข้าไปช่วยทำให้สภาพการเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามหลักการที่ยึดถือ ซึ่งวิธีสอนที่นิยมใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 3 วิธีได้แก่ วิธีสอนแบบอุปนัย วิธีสอนแบบนิรนัย และวิธีสอนตามคู่มือครู โดยมีรายละเอียด ดังนี้

วิธีสอนแบบอุปนัย (Inductive Method)

วิธีสอนแบบอุปนัย มักใช้ในวิชาที่เกี่ยวกับคำนวณ การค้นคว้าและการทดลองต่าง ๆ เช่น วิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาศาสตร์ เป็นต้น ตัวอย่างเช่น ในการสอน เรื่องการบวก ครูจะต้องใช้ของจริง หรือของจำลอง รูปภาพ และสัญลักษณ์ แสดงตัวอย่างของการบวกให้มากพอ จนกระทั่งนักเรียนสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ว่าการบวกเป็นการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน เรียกว่า ผลรวมหรือผลบวก เป็นต้น

ทิสนา แคมมณี (2558 : 340) ได้กล่าวถึง วิธีสอนแบบอุปนัย ว่าเป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นกระบวนการสอนที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด จากการนำตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ที่มีหลักการหรือแนวคิดที่ต้องการสอนให้แก่ผู้เรียน มาให้ผู้เรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการหรือแนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป

สมคิด สร้อยน้ำ (2542 : 190 - 192) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการสอนแบบอุปนัยประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม (Preparation) ประกอบด้วย

1.1 ทบทวนความรู้เดิม (Apperception) เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิมในบทเรียนที่เรียนมาแล้วเพื่อเป็นพื้นฐานในการรับรู้ใหม่

1.2 ขั้นจูงใจ (Motivation) เป็นขั้นกำหนดจุดหมาย (Goals) และกำหนด ทางในการทำกิจกรรมเพื่อนำไปสู่จุดหมายนั้น ขั้นนี้เป็นขั้นเร้าความสนใจ

1.3 ขั้นอธิบายความมุ่งหมาย (Statement of the Aim) เป็นขั้นอธิบายถึงความมุ่งหมายให้นักเรียนทั้งชั้น เข้าใจอย่างแจ่มแจ้งอาจทำในรูปของปัญหาก็ได้

2. ขั้นสอน (Presentation) เป็นการเสนอกรณี หรือตัวอย่างที่ต้องการสอนนักเรียน

ข้อจำกัดจะต้องมีหลาย ๆ กรณี หลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อหาข้อสรุปร่วมกัน

3. ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม (Comparison and Abstraction) เป็นชั้นหาองค์ประกอบร่วม (Common Elements) จากตัวอย่าง หรือกรณีที่กำหนดไว้แต่ละกรณี

4. ชั้นสรุป (Generalization) เป็นขั้นสรุปองค์ประกอบร่วมของกรณีในตัวอย่างต่าง ๆ ที่นักเรียนได้สังเกตมาแล้วสรุปลงมาเป็นกฎ นิยาม หลักการ หรือสูตร เป็นต้น

5. ชั้นนำไปใช้ (Application) เป็นขั้นทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจกฎ หรือข้อสรุปที่ได้ทำมาแล้วว่าสามารถที่จะนำไปใช้ในปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้หรือไม่

วิธีสอนแบบนิรนัย

ทิสนา แคมมณี (2558 : 337) ได้กล่าวถึง วิธีสอนแบบนิรนัย ว่าเป็นการสอนจากหลักการ ไปสู่ตัวอย่างย่อย ๆ เป็นกระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎี หลักการ กฎหรือข้อสรุปในเรื่องที่เรียน แล้วจึงให้ตัวอย่างการใช้ทฤษฎี หลักการ กฎหรือข้อสรุปนั้นหลาย ๆ ตัวอย่าง

สมคิด สร้อยน้ำ (2542 : 194) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของวิธีสอนแบบนิรนัยประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมบทเรียน เตรียมการสอนนำเข้าสู่บทเรียน ได้รับความสนใจของนักเรียน ทบทวนความรู้เดิม เพื่อให้สัมพันธ์กับความรู้ใหม่ ๆ อธิบายความมุ่งหมายให้นักเรียนเข้าใจ อาจจะทำในรูปของปัญหาก็ได้

2. ขั้นสอน ผู้สอนนำกฎ สูตร นิยาม ฯลฯ มาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ แล้วเขียนข้อสรุปนั้น ๆ แล้วยกตัวอย่างหรือทำการทดลองพิสูจน์ให้เห็นจริง และให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วย

3. ขั้นสรุป นักเรียนสรุปได้ว่าสิ่งที่ผู้สอนอธิบายนั้นเป็นความจริงทุกประการตามที่ผู้สอนได้บอกไว้ ข้อสรุปที่ได้นับว่าเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

4. ชั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุปนั้น ๆ ไปใช้ แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน หรือใช้ในการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อช่วยให้เกิดทักษะและเข้าใจดียิ่งขึ้น

วิธีการสอนตามคู่มือครู

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 12) ได้กำหนดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีทั้งสิ้น 6 ลำดับขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม เป็นการเชื่อมโยงความรู้เดิมที่ผู้เรียนมีมาก่อนกับความรู้ใหม่ที่ครูเป็นผู้ถ่ายทอดให้

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่และปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นเรียนรู้เนื้อหาใหม่ซึ่งเริ่มจาก

1. ครูอธิบายเนื้อหาและยกตัวอย่างสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ โดยการทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ หาวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหาตามวิธีที่คิดไว้ และตรวจสอบความเข้าใจ

2. ครูใช้กิจกรรมต่าง ๆ เช่น การยกตัวอย่าง การสนทนาหาคำตอบ การทำกิจกรรมตามใบงานหรือทำงานกลุ่ม หรือทำแบบฝึกหัดเสริมเพื่อสอนเนื้อหาให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ

3. ครูใช้สื่อการสอน อาจใช้ของจริง เช่น รูปภาพ ใบงานหรือใช้สัญลักษณ์ประกอบ
 ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปบทเรียน ให้นักเรียนสรุปเป็นหลักการและสาระเนื้อหาด้วยตนเอง จนเกิดความรู้ ความเข้าใจ

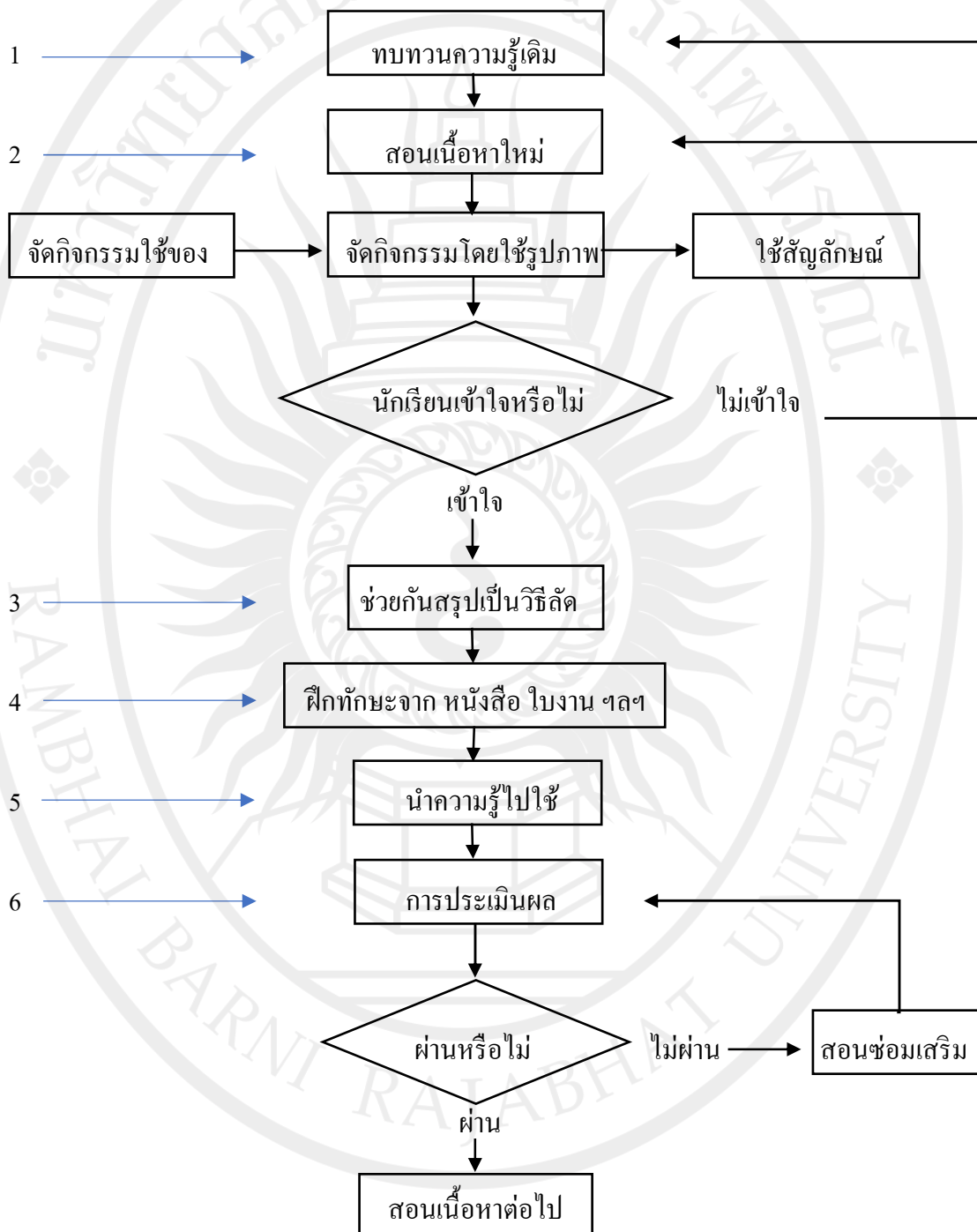
ขั้นตอนที่ 4 ขั้นฝึกทักษะจากใบงานและจากแบบฝึกหัดเสริมเมื่อนักเรียนสรุปเป็นหลักการได้แล้ว นักเรียนจะฝึกทำแบบฝึกหัดจากในหนังสือเรียน หรือแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการนำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวัน นักเรียนจะนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง และทดลองปฏิบัติในสถานการณ์จำลอง เช่นการแก้โจทย์ปัญหาเป็นต้น

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นการประเมิน เป็นการตรวจสอบเพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้หรือไม่ โดยการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรม การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัดและการตรวจแบบฝึกหัด ถ้านักเรียนยังไม่บรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ก็จะได้รับการสอนซ่อมเสริมก่อนเรียนเนื้อหาต่อไป

ในแต่ละขั้นตอนที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนำเสนอไว้มีกระบวนการที่ครูจะต้องให้ความสำคัญดังแสดงในภาพประกอบ 2

ลำดับขั้นตอนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)



ภาพประกอบ 2 แสดงรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546 : 7

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์หมายถึง สภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ ที่จัดขึ้นอย่างเป็นระบบระเบียบตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อต่าง ๆ โดยมีการจัดกระบวนการหรือขั้นตอนในการเรียนการสอนและอาศัยวิธีสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ เข้าไปช่วยในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนนั้น ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการสอนคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นเตรียม 2) ขั้นสอน 3) ขั้นสรุป และ 4) ขั้นนำไปใช้ เนื่องจากมีความเหมาะสมกับเนื้อหา ครูผู้สอนและ นักเรียนในการวิจัยครั้งนี้

เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำว่า “ยูทหวิธิ” (ยูค-ทะ-วิ-ที) ความหมายตามพจนานุกรมลब्บราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2554 หมายถึง วิธีและอุบายของการรบ และราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2554 ยังให้ความหมาย ของคำว่า “เทคนิค” หมายถึง ศิลปะหรือกลวิธีเฉพาะในวิชานั้น เมื่อพิจารณาถึงความหมายของ “ยูทหวิธิ” และ “เทคนิค” แล้วนั้นให้ความหมายตรงกัน คือ เป็นกลวิธีที่ใช้เฉพาะในด้านใดด้านหนึ่ง ให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดเพื่อบรรลุเป้าหมาย

เนื่องจากนักการศึกษาและนักพัฒนาหลายท่านอาจไม่ได้ใช้คำเดียวกันบางท่านเรียกว่า “ยูทหวิธิ” “เทคนิค” หรือ “กลวิธี” ซึ่งโดยลักษณะและความหมายแล้วนั้นตรงกัน ดังนั้น เพื่อความเป็นระเบียบและไม่ให้เกิดความสับสน งานวิจัยครั้งนี้จึงให้ความหมายของคำว่า “เทคนิค” หมายถึง วิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา เป็นการประมวลความรู้ ความสามารถ ประสบการณ์ และเลือกวิธีการที่ดีที่สุดมาแก้ปัญหา ซึ่งเทคนิคที่ถูกนำมาใช้ในทางคณิตศาสตร์ กล่าวได้ว่า เทคนิค หมายถึง วิธีการหรือ แนวทางที่นำมาช่วยแก้โจทย์ปัญหา หรือหาคำตอบ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีความหลากหลาย โดยใช้ความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้จินตนาการทางความคิด มาสร้างสรรค์การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล เทคนิคที่นำมาใช้จะมีวิธีการที่เป็น แบบฉบับของแต่ละเทคนิคสามารถเลือกใช้ตามความถนัด

เทคนิคถือเป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เทคนิคที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหาล่าง ๆ นั้นจะต้องมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับ พัฒนาการของผู้เรียน นักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีจะมีเทคนิคในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหา ดังนั้นนักเรียนควรที่จะได้เรียนหรือฝึกทักษะการใช้เทคนิคต่าง ๆ ให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาล่าง ๆ ต่อไป วิจัยเล่มนี้ จึงนำเสนอเทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2 เทคนิคประกอบด้วย เทคนิคบาร์โมเดล และเทคนิคของ สสวท.

1. เทคนิคบาร์โมเดล

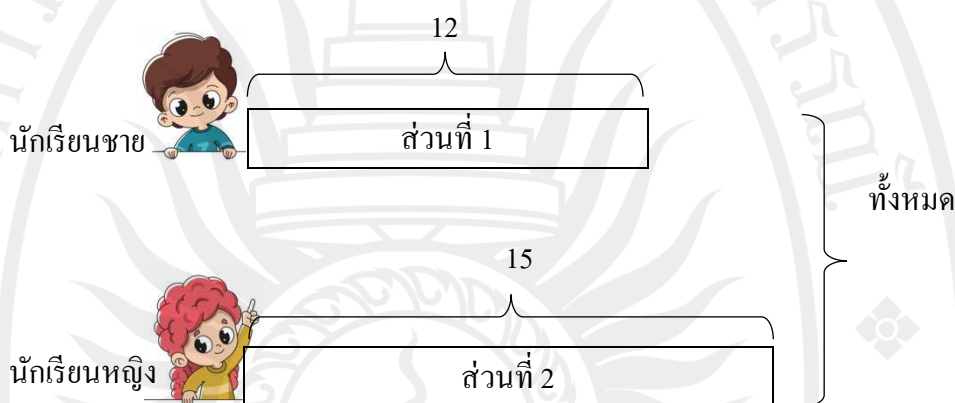
เทคนิคบาร์โมเดลเป็นเทคนิคที่สร้างโดย เยพ แบน ฮาร์ นักวิชาการชาวสิงคโปร์ เนื่องด้วยการประสบปัญหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนสิงคโปร์ทำให้เยพ แบน ฮาร์ พยายามหาทางแก้ไขปัญหาดังกล่าวจึงศึกษาเกี่ยวกับการเปลี่ยนข้อความจากโจทย์ปัญหาเป็นรูปเรขาคณิต คือ รูปสี่เหลี่ยม เมื่อนำสี่เหลี่ยมมาต่อกันทำให้มีลักษณะคล้ายแท่ง จึงถูกเรียกว่า “บาร์ โมเดล” การใช้เทคนิคบาร์โมเดลจะต้องคำนึงถึงแนวทางของโจทย์ปัญหาซึ่งจะสอดคล้องกับวัยของผู้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

สุริชณี อินทสังข์ (2558 : 27) กล่าวว่า วิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่ได้ผลวิธีหนึ่งคือการเขียนรูป อ่านโจทย์ไป เขียนรูปไป ทำความเข้าใจไปด้วย รูปช่วยให้การคิดตามข้อความในโจทย์ปัญหาทำได้ง่ายน่าจะสอดคล้องกับการทำงานของสมอง วิธีการเขียนรูปเป็นวิธีที่ครูคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะครูในระดับประถมศึกษาทุกคนในประเทศไทยสิงคโปร์ต้องรู้ ต้องเข้าใจ ต้องคุ้นเคย และชำนาญ ด้วยว่าผลการสอบประเมินระดับนานาชาติ เปรียบเทียบความสามารถของผู้เรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนสิงคโปร์ทำได้ดีมากในระดับต้น ๆ ของโลก วิธีการที่ในสิงคโปร์เรียกว่า บาร์ โมเดล (Bar Model)

กรองทอง ไคริริ (2554 : 2) ได้กล่าวว่า รูปบาร์ เป็นเทคนิคการทำโจทย์ปัญหาอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นเทคนิคที่ทำให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ข้อความจากโจทย์ปัญหา นำมาเชื่อมโยงกับความคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้ววาดออกมาเป็นรูปบาร์ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในหลายประเทศ เช่น ประเทศสิงคโปร์ ประเทศเวียดนาม และประเทศญี่ปุ่น เป็นต้น ในสิงคโปร์ จะวาดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเรียกว่า Singapore Bar Model หรือ Singapore Block Model หรือเรียกสั้น ๆ ว่า Bar Model

เยพ (Yeap, 2015 : 9) เทคนิคบาร์โมเดล เป็นการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความที่นามธรรมจับต้องได้ยากให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น โดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมแทนจำนวนที่ทราบค่าและจำนวนที่ไม่ทราบค่า รวมไปถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนด้วยรูปแบบบาร์โมเดลถูกแบ่งออกเป็น 4 รูปแบบ ตามกรณีของโจทย์แต่ละ โจทย์หรือแบ่งตามความถนัดในการใช้ ซึ่งการสร้างประสบการณ์การเรียนรู้จะไล่ไต่ตามระดับจากการเปลี่ยนรูปภาพเป็นช่องสี่เหลี่ยมแต่ละช่องแทนจำนวน เปลี่ยนสี่เหลี่ยมหลายช่องรวมกันเป็นแท่งบาร์ และเปลี่ยนแท่งบาร์เป็นจำนวนที่มากขึ้น ได้แก่ 1) รูปแบบบาร์โมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ (Part - whole Model) 2) รูปแบบบาร์โมเดลแบบการเปรียบเทียบ (The Comparison Model) 3) รูปแบบบาร์โมเดลแบบก่อนและหลัง (Before - after Model) และ 4) รูปแบบบาร์โมเดลแบบทักษะขั้นสูง (Advance Skill)

1. รูปแบบบาร์โมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ (Part - whole Model) เยพ (Yeap. 2015 : 10 - 14) คือ การแบ่งบาร์ออกเป็น 2 ส่วนหรือมากกว่า 2 ส่วน ซึ่งสองส่วนนี้ มีความสัมพันธ์กัน แท่งบาร์จะแทนจำนวนที่ทราบและจำนวนที่ไม่ทราบ จำนวนทั้งหมดจะถูก แบ่งออกเป็น ส่วน ๆ ตัวอย่างเช่น ในห้องเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนชายจำนวน 12 คน นักเรียนหญิง จำนวน 15 คน ในห้องเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมดกี่คน

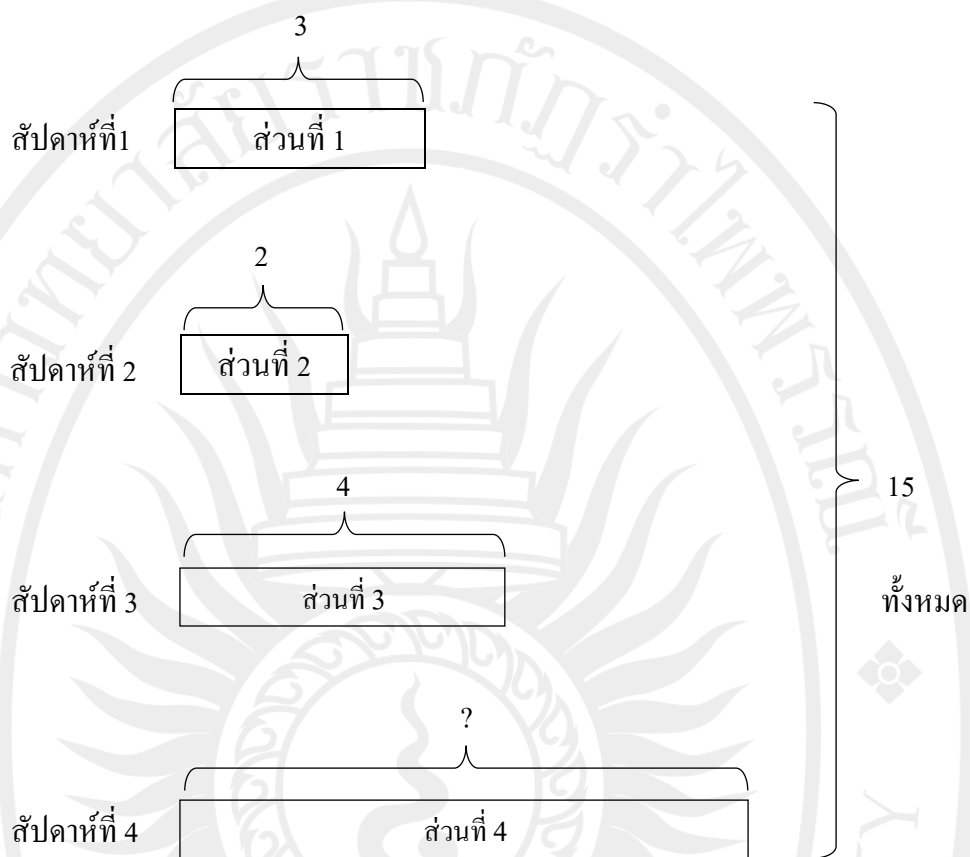


ภาพประกอบ 3 ตัวอย่าง โจทย์ Part - whole Model

ที่มา : ปรับปรุงจากเยพ (Yeap. 2015 : 11)

นำส่วนที่ 1 รวมกับส่วนที่ 2 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนทั้งหมด

อีกตัวอย่างของ Part - whole Model เดวิดอ่านหนังสือ 4 สัปดาห์เป็นจำนวนทั้งสิ้น 15 เล่ม โดยสัปดาห์ที่ 1 อ่านได้ 3 เล่ม สัปดาห์ที่ 2 อ่านได้ 2 เล่ม สัปดาห์ที่ 3 อ่านได้ 4 เล่ม สัปดาห์ที่ 4 เดวิดอ่านหนังสือได้กี่เล่ม



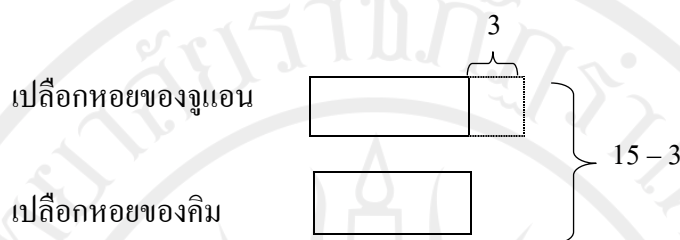
ภาพประกอบ 4 ตัวอย่าง โจทย์ Part - whole Model (ต่อ)

ที่มา : ปรับปรุงจากเยพ (Yeap. 2015 : 12)

หาคำตอบได้จาก นำจำนวนทั้งหมด ลบด้วยส่วนที่ 1, 2, 3 จะได้ส่วนที่ 4
จะได้ $15 - 3 - 2 - 4 = 6$ นั่นคือเดวิดอ่านหนังสือสัปดาห์ที่ 4 ได้ 6 เล่ม

2. รูปแบบบาร์โมเดลแบบการเปรียบเทียบ (The Comparison Model) เยพ (Yeap. 2015 : 32 - 38) คือ การเปรียบเทียบปริมาณในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อแก้ปัญหา ค้นหาสิ่งที่ไม่ทราบค่า มักใช้กับการเปรียบเทียบมากกว่า น้อยกว่า อัตราส่วน หรือร้อยละ

ตัวอย่างเช่น จูแอนมีเปลือกหอยมากกว่าคิมอยู่ 3 ชั้น และจูแอนมีเปลือกหอยรวมกับคิมได้ 15 ชั้น จงหาว่าจูแอนมีเปลือกหอยทั้งหมดกี่ชั้น



ภาพประกอบ 5 ตัวอย่าง โจทย์ The Comparison Model

ที่มา : ปรับปรุงจากเยพ (Yeap. 2015 : 33)

จาก 2 ส่วน = $15 - 3$ จึงเท่ากับ 12

จะได้ 1 ส่วนเท่ากับ $12 \div 2 = 6$

ดังนั้น จูแอนมีเปลือกหอย 12 ชิ้น

จอห์นมีบัตรภาพเบสบอลอยู่ 24 ใบ จอห์นมีมากกว่าแซม 5 ใบ แซมมีบัตรภาพ

เบสบอลกี่ใบ

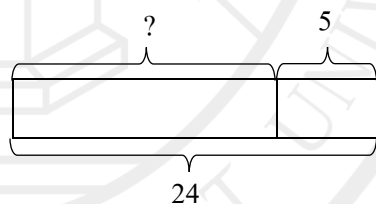
บัตรภาพเบสบอลของแซม



บัตรภาพเบสบอลของจอห์น



บัตรภาพเบสบอลของจอห์น



ภาพประกอบ 6 ตัวอย่าง โจทย์ The Comparison Model (ต่อ)

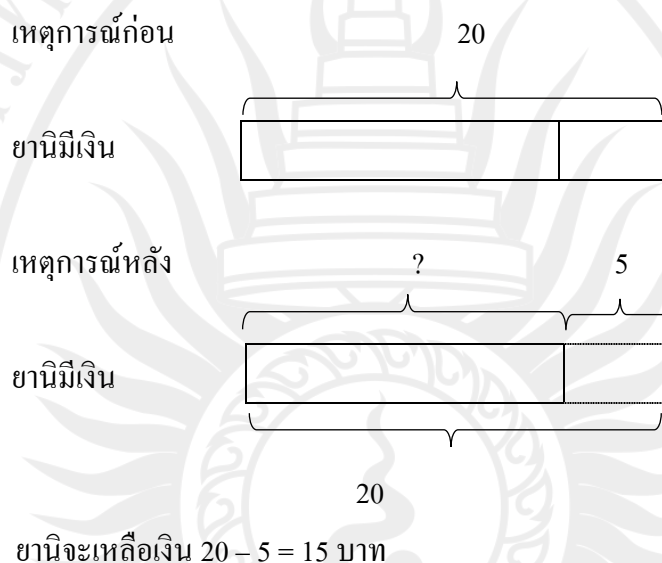
ที่มา : ปรับปรุงจากเยพ (Yeap. 2015 : 34)

ดังนั้นแซมมีบัตรภาพเบสบอล $24 - 5 = 19$ ใบ

3. รูปแบบบาร์โมเดลแบบก่อนและหลัง (Before - After Model) เยพ (Yeap. 2015 : 97 - 101) คือ การใช้รูปแบบบาร์โมเดลที่มุ่งเน้นไปที่เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่แตกต่างกัน กล่าวคือ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นก่อนเป็นหนึ่งบาร์ ซึ่งต่อมาทำให้เกิดเหตุการณ์ที่สองเป็นอีกหนึ่ง

แท่งบาร์ การแบ่งแบบเป็นเหตุการณ์อาจจะแบ่งได้มากกว่า 2 เหตุการณ์ โดยขึ้นพื้นฐานแล้ว การดำเนินการมักจะเปลี่ยน 3 ขั้นตอน คือ ปริมาณแรกเริ่มเกิดการเปลี่ยนแปลง ปริมาณสุดท้าย ตัวอย่างเช่น

ยานีมีเงิน 20 บาท เธอได้บริจาคเงินการกุศลจำนวน 5 บาท ยานีเหลือเงินกี่บาท



ภาพประกอบ 7 ตัวอย่าง โจทย์ Before - after Model

ที่มา : ปรับปรุงจากเยพ (Yeap, 2015 : 99)

4. รูปแบบบาร์ โมเดลแบบทักษะขั้นสูง (Advance Skill) เยพ (Yeap, 2015 : 130 - 131)

รูปแบบบาร์โมเดลแบบทักษะขั้นสูงเป็นการใช้รูปแบบบาร์โมเดลทั้ง 3 แบบ ที่กล่าวมาก่อนหน้านี้มาเป็นทักษะร่วมกันอยู่บนพื้นฐานรูปแบบบาร์ การใช้บาร์โมเดลเช่นนี้จะเหมาะสำหรับนักเรียนที่ใช้ทักษะก่อนหน้านี้นั้นจนคล่อง และควรใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่เรียนและอายุของผู้เรียนในส่วนของบาร์โมเดลแบบทักษะขั้นสูงได้เพิ่มเติม 4 ส่วน คือ

1. การโยกย้ายแท่งบาร์
2. การตัดแท่งบาร์
3. การตัดและการโยกย้ายแท่งบาร์
4. การเติมแท่งบาร์

จากการศึกษาเทคนิคบาร์โมเดลข้างต้น สรุปได้ว่า เทคนิคบาร์โมเดลเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความที่อยู่ในรูปนามธรรมจับต้องได้ยากให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น โดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมแทนจำนวนที่ทราบค่าและจำนวนที่ไม่ทราบค่า รวมไปถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนด้วยแท่งบาร์ รูปแบบบาร์โมเดลถูกแบ่งออกเป็น 4 รูปแบบ ได้แก่ 1) รูปแบบบาร์โมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ (Part - whole Model) 2) รูปแบบบาร์โมเดลแบบการเปรียบเทียบ (The Comparison Model) 3) รูปแบบบาร์โมเดลแบบก่อนและหลัง (Before - after Model) และ 4) รูปแบบบาร์โมเดลแบบทักษะขั้นสูง (Advance Skill) ซึ่งการใช้งานของแต่ละรูปแบบขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาหรือโจทย์ปัญหานั้น ๆ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้ 2 รูปแบบ คือ 1) รูปแบบบาร์โมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ (Part - whole Model) และ 2) รูปแบบบาร์โมเดลแบบการเปรียบเทียบ (The Comparison Model) ซึ่งใช้เป็นเทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนนับที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100,000 เนื่องจากเทคนิคดังกล่าวมีความเหมาะสมกับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และเหมาะสมกับเนื้อหาของนักเรียน

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และจากการศึกษาเทคนิคบาร์โมเดลดังที่กล่าวมาข้างต้นแล้วนั้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคบาร์โมเดล หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิคบาร์โมเดลเป็นเครื่องมือช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมแทนจำนวนที่ทราบค่าและจำนวนที่ไม่ทราบค่า รวมไปถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนด้วยแท่งบาร์ตามกรณีของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละโจทย์ โดยในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบบาร์โมเดล 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) รูปแบบบาร์โมเดลแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วน ๆ (Part - whole Model) และ 2) รูปแบบบาร์โมเดลแบบการเปรียบเทียบ (The Comparison Model)

2. เทคนิคของ สสวท.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 12 - 36) ได้เสนอเทคนิคในการแก้ปัญหาไว้ 11 เทคนิค ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และค้นหาความสัมพันธ์ข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน การค้นหาแบบรูปไม่เพียงแต่เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น หากแต่ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้สึกรู้เชิงจำนวน (Number Sense) และทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและ

คาดคะเนคำตอบก่อนจะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนเองได้

2. การสร้างตาราง เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้สรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์หา ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยไม่ให้หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ กลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา วาดออกมาเป็นภาพที่สัมพันธ์กัน การวาดภาพจะช่วยบรรยายสถานการณ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นและง่ายต่อการทำความเข้าใจ ภาพที่วาดนั้นไม่จำเป็นต้องใส่รายละเอียดให้ครบถ้วน วาดเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเท่านั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้อย่างมีระบบ โดยอาจจะแบ่งออกเป็นกรณีย่อย ๆ แล้วค่อยขจัดบางกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออก หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ ในบางครั้งอาจใช้เทคนิคนี้ร่วมกับเทคนิคการค้นหาแบบรูปและเทคนิคการสร้างตาราง

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป ผู้แก้ปัญหาคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด โอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการใช้เทคนิคนี้ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการเดาเมื่อครั้งก่อนหน้า

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปัญหาคำหนดให้อยู่ในรูปแบบสมการหรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการใช้เทคนิคนี้ผู้แก้ปัญหามองหาความสัมพันธ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น หลังจากนั้นใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อแก้สมการ และหลังจากสิ้นสุดการแก้สมการ ต้องตรวจคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปได้ตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง โดยทั่วไปแล้วเทคนิคนี้มักใช้ในทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เทคนิคในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่จะเริ่มจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วดำเนินการไปจนกระทั่งได้คำตอบ แต่สำหรับเทคนิคการคิดแบบย้อนกลับ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาเสียใหม่ โดยพิจารณาปัญหาโดยรวมจากการทำย้อนกลับ เทคนิคนี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิด หรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น เทคนิคนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยเทคนิคอื่นได้ยาก สิ่งสำคัญของเทคนิคนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่ หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นผู้แก้ปัญหามองหาจุดจำนวนของข้อมูล หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย เช่น ปัญหาเดิมประกอบด้วยตัวเลขหลายหลัก หรือมีรูปแบบที่ยู่ยากซับซ้อน ดังนั้นวิธีการ แก้ปัญหาจึงไม่ชัดเจน การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมจะช่วยให้สามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ และการเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้ไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากเทคนิคในการแก้ปัญหาอื่นได้ชัดเจน

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เทคนิคนี้ผู้แก้ปัญหาก็ต้องแสดงให้เห็นว่า เป็นไปไม่ได้ที่ข้อความ จะเป็นเท็จโดยการสมมติว่า ข้อความดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้ง หรือนำไปสู่สิ่งที่เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปว่า ข้อความดังกล่าวเป็นจริง

ซึ่งเทคนิคในการแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์แต่ละวิธี มีลักษณะของเทคนิค จุดประสงค์การใช้งานและประโยชน์ที่แตกต่างกันออกไป ปัญหาหนึ่งอาจมีวิธีหาคำตอบได้หลายวิธี ขณะที่บางเทคนิคอาจเหมาะสำหรับบางปัญหา ดังนั้นการเรียนรู้เกี่ยวกับเทคนิคที่ใช้ในการแก้ปัญหารูปแบบต่าง ๆ จะช่วยให้สามารถนำมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ดี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561 : 62 - 70) ได้เสนอรายละเอียดของเทคนิคการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เพื่อความสะดวกและ

ความชัดเจนในการส่งเสริมให้ครูจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคที่เหมาะสมไว้ 8 เทคนิค โดยมีรายละเอียด ดังนี้

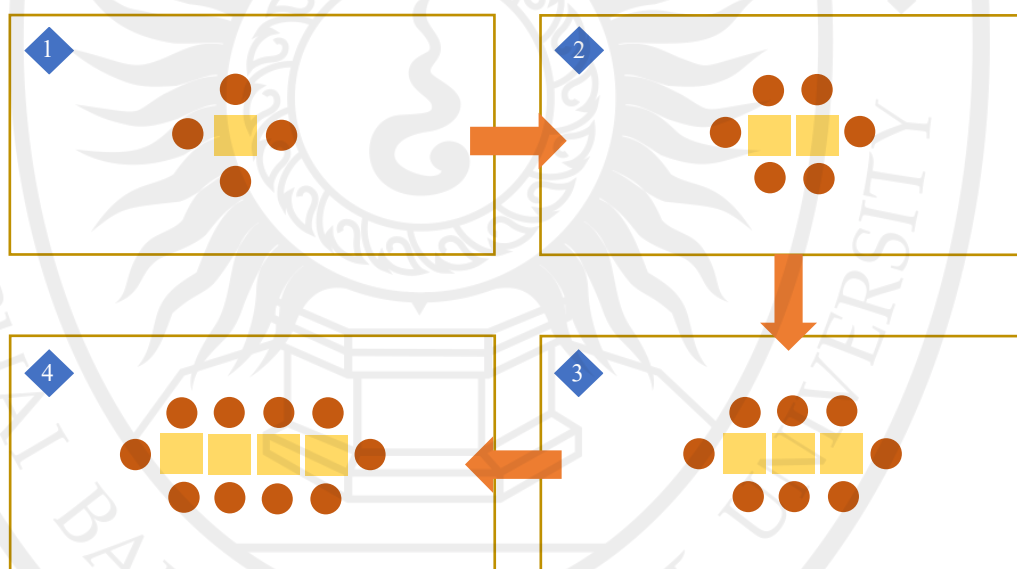
1. การวาดภาพ (Draw a Picture)

การวาดภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ปัญหาด้วยการวาดภาพจำลอง หรือเขียนแผนภาพ เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และเห็นแนวทางการแก้ปัญหา นั้น ๆ ในบางครั้ง อาจได้คำตอบจากการวาดภาพนั้น

2. การหาแบบรูป (Find a Pattern)

การหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นระบบหรือที่เป็นแบบรูปแล้วนำความสัมพันธ์หรือแบบรูปที่ได้นั้นไปใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

ตัวอย่าง ในงานเลี้ยงแห่งหนึ่งเจ้าภาพจัด โต๊ะ (■) และเก้าอี้ (●) ตามแบบรูปดังนี้



ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างการหาแบบรูป

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 63

ถ้าจัด โต๊ะและเก้าอี้ ตามแบบรูปนี้จนมีโต๊ะ 10 ตัว จะต้องใช้เก้าอี้ทั้งหมดกี่ตัว

แนวคิด

1. เลือกเทคนิคที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา ได้แก่ วิธีการหาแบบรูป

2. พิจารณารูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 และรูปที่ 4 แล้วเขียนจำนวน โต๊ะและจำนวนเก้าอี้

ของแต่ละรูป



ภาพประกอบ 9 ตัวอย่างการหาแบบรูป (ต่อ)

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 63

3. พิจารณาหาแบบรูปจำนวนเก้าอี้ที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับจำนวนโต้ะ พบว่าจำนวนเก้าอี้ ซึ่งวางอยู่ที่ด้านหัวกับด้านท้ายคงตัวไม่เปลี่ยนแปลง แต่เก้าอี้ด้านข้างมีจำนวนเท่ากับจำนวนโต้ะคูณด้วย 2

4. ดังนั้นเมื่อจัดโต้ะและเก้าอี้ตามแบบรูปนี้ไปจนมีโต้ะ 10 ตัว จะต้องใช้เก้าอี้ทั้งหมดเท่ากับจำนวนโต้ะคูณด้วย 2 แล้วบวกกับจำนวนเก้าอี้หัวกับท้าย 2 ตัว ได้คำตอบ 22 ตัว

3. การคิดย้อนกลับ (Work Backwards)

การคิดย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่ทราบผลลัพธ์ แต่ไม่ทราบข้อมูลในขั้นเริ่มต้นการคิดย้อนกลับเริ่มคิดจากข้อมูลที่ได้ในขั้นสุดท้ายแล้วคิดย้อนกลับทีละขั้นมาสู่ข้อมูลในขั้นเริ่มต้น

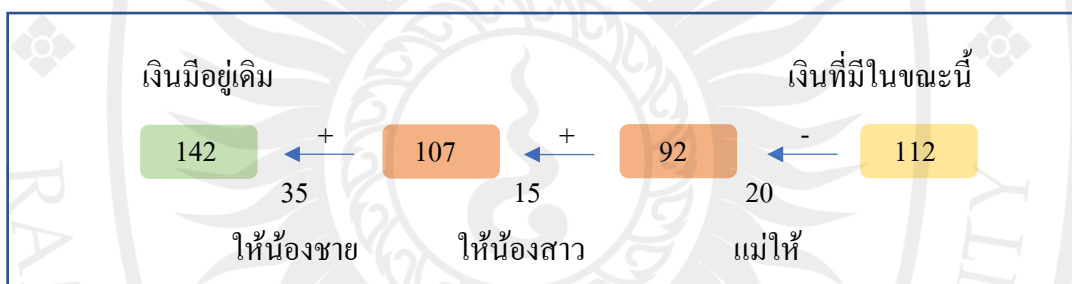
ตัวอย่าง เพชรมีเงินจำนวนหนึ่ง ให้น้องชายไป 35 บาท ให้น้องสาวไป 15 บาท ได้รับเงินจากแม่อีก 20 บาท ทำให้ขณะนี้เพชรมีเงิน 112 บาท เดิมเพชรมีเงินกี่บาท แนวคิดจากสถานการณ์เขียนแผนภาพได้ ดังนี้



ภาพประกอบ 10 แนวคิดจากสถานการณ์เขียนแผนภาพ

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 64

คิดย้อนกลับจากจำนวนเงินที่เพชรมีขณะนี้ เพื่อหาจำนวนเงินเดิมที่เพชรมี



ดังนั้น เดิมเพชรมีเงิน 142 บาท

ภาพประกอบ 11 แนวคิดจากสถานการณ์เขียนแผนภาพ (ต่อ)

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 64

4. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)

การเดาและตรวจสอบ เป็นการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและเงื่อนไขต่าง ๆ ผสมผสานกับความรู้ และประสบการณ์เดิมเพื่อเดาคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้ แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องให้เดาใหม่โดยใช้ข้อมูลจากการเดาครั้งก่อนเป็นกรอบในการเดาคำตอบครั้งต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

ตัวอย่าง จำนวน 2 จำนวน ถ้านำจำนวนทั้งสองนั้นบวกกันจะได้ 136 แต่ถ้านำจำนวนมากลบด้วยจำนวนน้อยจะได้ 36 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

แนวคิด เค้าว่าจำนวน 2 จำนวนนั้นคือ 100 กับ 36 (ซึ่งมีผลบวก เป็น 136)

ตรวจสอบ $100 + 36 = 136$ เป็นจริง

แต่ $100 - 36 = 64$ ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

เนื่องจากผลลบมากกว่า 36 จึงควรลดตัวตั้ง และเพิ่มตัวลบด้วยจำนวนที่เท่ากัน
จึงได้ว่าจำนวน 2 จำนวนนั้นคือ 90 กับ 46 (ซึ่งมีผลบวกเป็น 136)

ตรวจสอบ $90 + 46 = 136$ เป็นจริง

แต่ $90 - 46 = 44$ ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

เนื่องจากผลลบมากกว่า 36 จึงควรลดตัวตั้ง และเพิ่มตัวลบด้วยจำนวนที่เท่ากัน
จึงได้ว่าจำนวน 2 จำนวนนั้นคือ 80 กับ 56 (ซึ่งผลบวกเป็น 136)

ตรวจสอบ $80 + 56 = 136$ เป็นจริง

แต่ $80 - 56 = 24$ ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

เนื่องจากผลลบน้อยกว่า 36 จึงควรเพิ่มตัวตั้ง และลดตัวลบด้วยจำนวนที่เท่ากัน
โดยที่ตัวตั้ง ควรอยู่ระหว่าง 80 และ 90 จึงได้ว่าจำนวน 2 จำนวนนั้นคือ 85 กับ 51

ตรวจสอบ $85 + 51 = 136$ เป็นจริง

แต่ $85 - 51 = 34$ ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

เนื่องจากผลลบน้อยกว่า 36 เล็กน้อย จึงควรเพิ่มตัวตั้ง และลดตัวลบด้วยจำนวน
ที่เท่ากัน จึงได้ว่าจำนวน 2 จำนวนนั้นคือ 86 กับ 50

ตรวจสอบ $86 + 50 = 136$ เป็นจริง

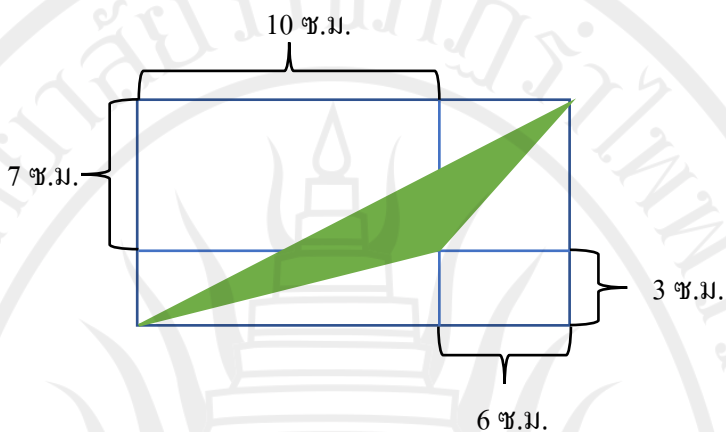
และ $86 - 50 = 36$ เป็นจริง

ดังนั้น จำนวน 2 จำนวนนั้น คือ 86 กับ 50

5. การทำปัญหาให้ง่าย (Simplify the Problem)

การทำปัญหาให้ง่าย เป็นการลดจำนวนที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์ ปัญหา หรือ
เปลี่ยนให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยในกรณีที่สถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อน อาจแบ่งปัญหา
เป็นส่วนย่อย ๆ ซึ่งจะช่วยให้หาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่แรเงาในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างการแก้ปัญหาให้ง่าย

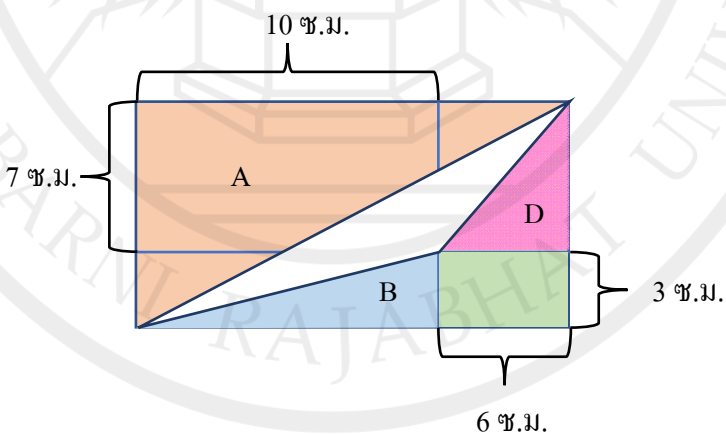
ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 66

แนวคิด ถ้าคิดโดยการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมจากสูตร

$$\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง}$$

ซึ่งพบว่ามีความยุ่งยากมากแต่ถ้าเปลี่ยนมุมมองจะสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายกว่า

วิธีที่ 1



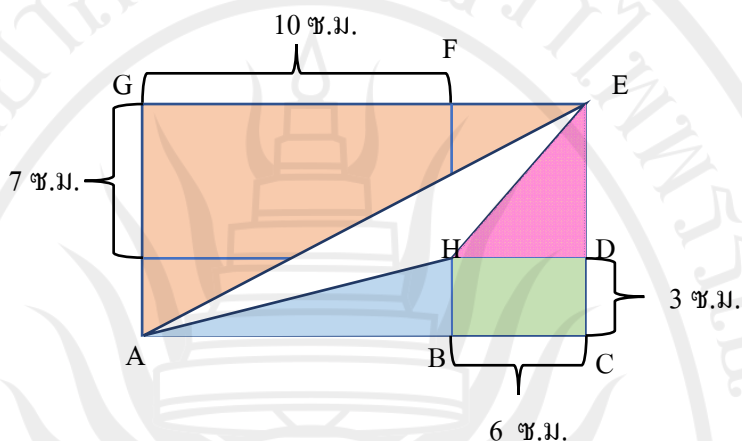
ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างการแก้ปัญหาให้ง่าย (ต่อ)

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 66

จากรูปเราสามารถหาพื้นที่ $A+B+C+D$

แล้วลบออกจากพื้นที่ทั้งหมดก็จะได้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการ

วิธีที่ 2



ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างการแก้ปัญหาให้ง่าย(ต่อ)

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 67

จากรูปสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการได้จากพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ACE ลบด้วยผลรวมของพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABH รูปสามเหลี่ยม HDE และรูปสี่เหลี่ยม BCDH

6. การแจกแจงรายการ (Make a List)

การแจกแจงรายการ เป็นการเขียนรายการหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ การแจกแจงรายการควรทำอย่างเป็นระบบ โดยอาจใช้ตารางช่วยในการแจกแจงหรือจัดระบบของข้อมูลเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างชุดของข้อมูลที่นำไปสู่การหาคำตอบ

ตัวอย่าง นักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องการซื้อไม้บรรทัดอันละ 8 บาท และดินสอแท่งละ 4 บาท เป็นเงิน 100 บาท ถ้าต้องการไม้บรรทัดอย่างน้อย 5 อัน และดินสออย่างน้อย 4 แท่ง จะซื้อไม้บรรทัดและดินสอได้กี่วิธี แนวคิด เขียนแจกแจงรายการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและราคาไม้บรรทัดกับ ดินสอ ดังนี้

ถ้าซื้อไม้บรรทัด 5 อัน ราคาอันละ 8 บาท เป็นเงิน $5 \times 8 = 40$ บาท

เหลือเงินอีก $100 - 40 = 60$ บาท จะซื้อดินสอราคาแท่งละ 4 บาท ได้ $60 \div 4 = 15$ แท่ง

ถ้าซื้อไม้บรรทัด 6 อัน ราคาอันละ 8 บาท เป็นเงิน $6 \times 8 = 48$ บาท

เหลือเงินอีก $100 - 48 = 52$ บาท จะซื้อดินสอราคาแท่งละ 4 บาท ได้ $52 \div 4 = 13$ แท่ง

สังเกตได้ว่า เมื่อซื้อไม้บรรทัดเพิ่มขึ้น 1 อัน จำนวนดินสอจะลดลง 2 แท่ง

เขียนแจกแจงในรูปตาราง ได้ดังนี้

ตาราง 9 ตารางแจกแจงรายการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและราคาไม้บรรทัดกับดินสอ

ไม้บรรทัด		เหลือเงิน	ดินสอ
จำนวน (อัน)	ราคา (บาท)	(บาท)	จำนวน (แท่ง)
5	$5 \times 8 = 40$	$100 - 40 = 60$	$60 \div 4 = 15$
6	$6 \times 8 = 48$	$100 - 48 = 52$	$52 \div 4 = 13$
7	$7 \times 8 = 56$	$100 - 56 = 44$	$44 \div 4 = 11$
8	$8 \times 8 = 64$	$100 - 64 = 36$	$36 \div 4 = 9$
9	$9 \times 8 = 72$	$100 - 72 = 28$	$28 \div 4 = 7$
10	$10 \times 8 = 80$	$100 - 80 = 40$	$40 \div 4 = 5$

ดังนั้น จะซื้อไม้บรรทัดและดินสอให้เป็นไปตามเงื่อนไขได้ 6 วิธี

7. การตัดออก (Eliminate) การตัดออก เป็นการพิจารณาเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา แล้วตัดสิ่งที่กำหนดไว้ใน สถานการณ์ปัญหาที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข จนได้คำตอบที่ตรงกับเงื่อนไขของสถานการณ์ ปัญหา นั้น

ตัวอย่าง จงหาจำนวนที่หารด้วย 5 และ 6 ได้ลงตัว

4,356	9,084	5,471	9,346	4,782
7,623	2,420	3,474	1,267	12,678
2,094	6,540	4,350	4,140	5,330
3,215	4,456	9,989		

แนวคิด

พิจารณาจำนวนที่หารด้วย 5 ได้ลงตัว

จึงตัดจำนวนที่มีหลักหน่วยไม่เป็น 5 หรือ 0 ออก

จำนวนที่เหลือได้แก่ 2,420 6,540 4,350 4,140 5,330 และ 3,215

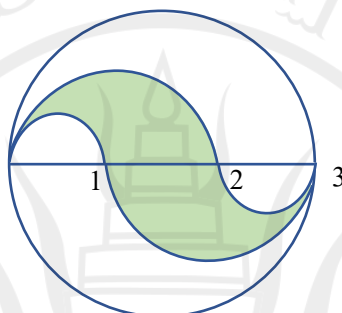
จากนั้นพิจารณาจำนวนที่หารด้วย 6 ได้ลงตัว ได้แก่ 6,540 4,350 4,140

ดังนั้น จำนวนที่หารด้วย 5 และ 6 ได้ลงตัว ได้แก่ 6,540 4,350 4,140

8. การเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ไม่สามารถใช้เทคนิคอื่นในการหาคำตอบได้ จึงต้องเปลี่ยนวิธีคิด หรือแนวทางการแก้ปัญหาให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

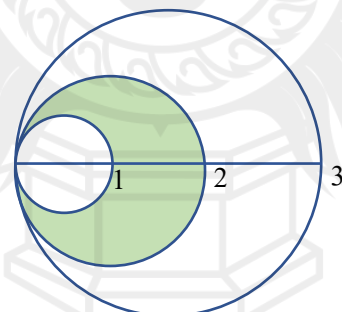
ตัวอย่าง จากรูปเมื่อแบ่งเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน
จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างโจทย์การเปลี่ยนมุมมอง

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 70

แนวคิด พลิกครึ่งวงกลมส่วนล่างจะได้พื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงาเป็นวงกลมที่ 1
ส่วนที่แรเงาเป็น วงกลมที่ 2 ดังรูป



พื้นที่ส่วนที่แรเงา เท่ากับ พื้นที่วงกลมที่ 2 ลบด้วยพื้นที่กลมที่ 1

ภาพประกอบ 16 ตัวอย่างโจทย์การเปลี่ยนมุมมอง (ต่อ)

ที่มา : ปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2561 : 70

ลิขสิทธิ์ของกรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ
จากเทคนิคข้างต้นเป็นเทคนิคพื้นฐานสำหรับผู้เรียนชั้นประถมศึกษาผู้สอนจำเป็นต้อง
สอดแทรกเทคนิคการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับพัฒนาการของผู้เรียน เช่น ผู้เรียนชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 1 - 2 ผู้สอนอาจเน้นให้ผู้เรียนใช้การวาดรูป หรือการแจกแจงรายการช่วย ในการแก้ปัญหา

ผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 - 6 ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนใช้การแจกแจงรายการ การวาดรูป การหาแบบรูป การเดาและตรวจสอบ การคิดย้อนกลับ การตัดออก หรือการเปลี่ยนมุมมอง โดยเทคนิคในการแก้ปัญหานั้นมีความหลากหลาย ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหานั้นอาจมีเทคนิคที่ใช้แก้ปัญหาค้นหาได้หลายวิธี ควรเลือกใช้เทคนิคให้เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา ในบางปัญหาอาจใช้เทคนิคมากกว่า 1 เทคนิคเพื่อแก้ปัญหานั้น ดังนั้นการเลือกใช้เทคนิคที่เหมาะสมกับปัญหาจะช่วยให้การแก้ปัญหามathematics เป็นไปอย่างถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว

สรุปได้ว่า เทคนิคของ สสวท. หมายถึง เครื่องมือที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนในระดับประถมศึกษาควรได้รับการพัฒนาและฝึกฝน ซึ่ง สสวท. ได้เสนอเทคนิคที่เหมาะสมกับนักเรียนในระดับประถมศึกษาไว้ 8 เทคนิค ได้แก่ 1) การวาดภาพ 2) การหาแบบรูป 3) การคิดย้อนกลับ 4) การเดาและตรวจสอบ 5) การทำปัญหาให้ง่าย 6) การแจกแจงรายการ 7) การตัดออก และ 8) การเปลี่ยนมุมมอง ผู้วิจัยจึงใช้เทคนิคของ สสวท. โดยใช้เทคนิคดังนี้ 1) เทคนิคการวาดภาพ 2) เทคนิคการเดาและตรวจสอบ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนนับที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100,000 เนื่องจากเทคนิคดังกล่าวมีความเหมาะสมกับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และเหมาะสมกับเนื้อหาของนักเรียนในการวิจัยครั้งนี้

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และจากการศึกษาเทคนิคของ สสวท. ดังที่กล่าวมาข้างต้นแล้วนั้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคของ สสวท. หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิคของ สสวท. เป็นเครื่องมือช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้เรียนในระดับประถมศึกษาควรได้รับการพัฒนาและฝึกฝน เช่น การวาดภาพ การหาแบบรูป การคิดย้อนกลับ เป็นต้น โดยในการวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคของ สสวท. 2 เทคนิค ได้แก่ 1) เทคนิคการวาดภาพ 2) เทคนิคการเดาและตรวจสอบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญในกระบวนการเรียนรู้ เพราะจะเป็นตัวชี้ให้เห็นว่าการเรียนรู้ที่ผ่านมาของผู้เรียนประสบผลสำเร็จมากน้อยเพียงใด หรือมีส่วนใดบ้างที่จะต้องปรับปรุงพัฒนา โดยจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนรู้ คือการพัฒนาให้ผู้เรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนั้นจึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

กู๊ด (Good, 1973 : 103) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ทักษะหรือความรู้ที่ได้รับซึ่งพัฒนามาจากการเรียนในสถานศึกษา โดยปกติวัดคะแนนที่ครู

เป็นผู้ให้ หรือจากแบบทดสอบ หรืออาจรวมทั้งคะแนนที่ครูเป็นผู้ให้ และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2530 : 29) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ความสามารถรวมถึงคุณลักษณะของบุคคลอันเป็นผลมาจากการเรียนการสอนทำให้บุคคลนั้นเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ

ภพ เลหาไพบุลย์ (2542 : 57) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการกระทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดที่ได้จากที่ไม่เคยกระทำได้ หรือกระทำได้มากขึ้นหลังจากที่มีการเรียนรู้เกิดขึ้น ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่วัดได้

บรรดล สุขปิติ (2542 : 6) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง พฤติกรรมหรือคุณลักษณะต่าง ๆ ของผู้เรียนที่เปลี่ยนไปจากเดิม จะเป็นความก้าวหน้าหรือพัฒนาตนเองในด้านต่าง ๆ ตามจุดมุ่งหมายของการศึกษาที่กำหนดไว้

ชวาล แพร์ตกุล (2552 : 15) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของสมอง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนควรประกอบด้วยสิ่งสำคัญอย่างน้อยสามสิ่ง คือ ความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองในด้านต่าง ๆ

อำนาจ นันทนา (2552 : 35) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถทางการเรียนของนักเรียน โดยวัดได้จากคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ความสามารถ ทักษะต่าง ๆ รวมถึงมวลประสบการณ์ที่เกิดจากการอบรมหรือการสอน ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบทดสอบหรือการสังเกตพฤติกรรมและความสำเร็จในด้านอื่น ๆ ประกอบโดยอาศัยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1991 : 643 - 696) ได้กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น หมายถึงความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัยในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงลำดับชั้นของพฤติกรรมพุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับเกี่ยวกับข้อเท็จจริง แบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นคำถามที่วัดความสามารถในระดับที่เกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานที่นักเรียนมี

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจดจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อม แต่ต้องไม่อาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out Algorithms) เป็นความสามารถในการนำเอาข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำซึ่งเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า ซึ่งแบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เนื่องจากมโนคติเป็นนามธรรม ดังนั้นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติเป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำที่เกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง ซึ่งต้องประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ โดยต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจเกิดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็เป็นได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปปัญหาจากแบบหนึ่งเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem from One Made to Another) คือความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและทำความเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่จะสามารถวัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความ โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของตัวเลข ข้อความ ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problem) นักเรียนต้องมีความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้มาซึ่งคำตอบ

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่า อะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจจะเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่ประสบอยู่

3.4 ความสามารถในการมองเห็นลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร (Ability to Recognize, Patterns, Isomorphism and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยความสามารถ ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็น โจทย์ที่พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในเนื้อหาวิชาที่เรียน พฤติกรรมในระดับนี้ถือเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Non Routine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนและไม่มีในแบบฝึกหัดหรือในตัวอย่างที่ไม่เคยเห็นมาก่อน

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการสอนที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่จะยุ่งยาก ซับซ้อนกว่าความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่า ถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยใช้ความสัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุผลสมผลด้วย นั่นคือ การถามให้หาคำตอบและพิสูจน์ประโยคคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

ชานนท์ จันทรา (2555 : 79) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555 : 150 - 154) ได้กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกตามพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าที่ได้กล่าวมานั้น ผู้วิจัยได้สรุปว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึง คะแนนความสามารถในการคิดคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวัดพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางพุทธิพิสัยเป็น 4 ระดับ ได้แก่ 1) ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ 2) ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ ทางคณิตศาสตร์ 3) การประยุกต์หรือการนำไปใช้ และ 4) การวิเคราะห์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเปรียบเสมือนเครื่องมือสำคัญที่ใช้ในการวัดผลการเรียนรู้และพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียนของนักเรียนเพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้

ความสามารถเพียงใด มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

วิราพร พงษ์อาจารย์ (2542 : 62) กล่าวว่า ชนิดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. แบบทดสอบปรนัย เหมาะที่จะใช้วัดความสามารถเกี่ยวกับการเรียนรู้รายละเอียดต่าง ๆ ของเนื้อหาแต่ไม่เหมาะที่จะใช้วัดการวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือการประเมินค่า โดยเฉพาะแบบถูก-ผิด แบบจับคู่ และแบบเติมคำหรือตอบสั้น ๆ ใช้วัดได้เพียงการระลึก หรือจดจำรายละเอียดของเนื้อหาเท่านั้น ยกที่จะสร้างให้วัดพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านอื่น ๆ ได้ ส่วนแบบเลือกตอบ จัดได้ว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างได้ยากที่สุด เพราะประกอบด้วย ข้อคำถามกับตัวเลือกหลากหลายตัวเลือก แต่สามารถเขียนคำถามวัดพฤติกรรมที่สูงกว่าความรู้ความจำ และครอบคลุมหลักสูตร จึงทำให้เป็นที่นิยมใช้กันมากที่สุด

2. แบบทดสอบแบบอัตนัย (Subjective Test) หรือแบบบรรยาย เป็นแบบที่กำหนดคำถาม แล้วให้ผู้ตอบเขียนเรียงคำตอบจากความรู้ความคิดของตน โดยทั่วไปข้อสอบประเภทนี้มักมีข้อบกพร่อง คือ คำถามมักกว้าง ขาดความชัดเจน ทำให้ผู้ตอบอาจมองข้ามประเด็นปัญหาที่ถูกลำมเนก นอกจากนี้การตรวจให้คะแนนมักขึ้นอยู่กับอารมณ์และความรู้สึกของผู้ตรวจเป็นสำคัญ ทำให้คะแนนขาดความน่าเชื่อถือ ซึ่งถ้าแก้ข้อบกพร่องดังกล่าวได้ข้อสอบแบบนี้ก็จะมีอิสระในการตอบ ไม่จำกัดความคิดของผู้ตอบ สามารถแก้ปัญหาการเดาได้ ประหยัดเวลาในการออกข้อสอบ

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 171 - 172) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ความสามารถของนักเรียนที่เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษ ดินสอกับให้นักเรียน และการปฏิบัติจริง แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 พวก คือ แบบทดสอบของครู ที่สร้างขึ้นกับแบบทดสอบมาตรฐาน

1. แบบทดสอบของครูที่สร้างขึ้น หมายถึง ชุดคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งจะเป็นข้อคำถามที่เกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องทดสอบว่านักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องที่ตรงไหน จะได้สอนซ่อมเสริมหรือคูความพร้อมที่จะขึ้นเรียนใหม่ตามแต่ที่ครูปรารถนา

2. แบบทดสอบมาตรฐาน แบบทดสอบประเภทนี้สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้นแต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดีพอ จึงสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้หลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใด ๆ ก็จะได้อัตราความงอกงามของเด็กแต่ละวัยในแต่ละกลุ่มแต่ละภาคก็ได้ จะใช้สำหรับครูวินิจฉัยผลสัมฤทธิ์ระหว่างวิชาต่าง ๆ ในเด็กแต่ละคนก็ได้ ข้อสอบ

มาตรฐานจะมีคุณภาพของแบบทดสอบสูงและยังมีมาตรฐานในด้านวิธีการดำเนินการสอบ คือ ไม่ว่าโรงเรียนใด หรือส่วนราชการใดจะนำไปใช้ต้องดำเนินการแบบเดียวกัน แบบทดสอบมาตรฐาน จะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบว่าทำอย่างไร และยังมีมาตรฐานในการแปล คະແນດ້ວຍ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2546 : 219) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ชุดของคำถามที่มุ่งวัดความรู้ความสามารถ ทักษะและสมรรถภาพทางสมอง ด้านต่าง ๆ ของผู้เรียน

สมนึก ภัททิยธนี (2551 : 73 - 97) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประเภทที่ครูสร้างมีหลายแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ ดังนี้

1. แบบทดสอบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test) เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถามแล้วให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน
2. แบบทดสอบแบบกา ถูก - ผิด (True - false Test) เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ ที่มี 2 ตัวเลือก แต่ละตัวเลือกดังกล่าวเป็นแบบคงที่ และมีความหมายตรงกันข้าม เช่น ถูก - ผิด ใช่ - ไม่ใช่ จริงหรือไม่จริง เหมือนกัน - ต่างกัน เป็นต้น
3. แบบทดสอบแบบเติมคำ (Completion Test) เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยประโยคหรือข้อความที่ยังไม่สมบูรณ์แล้วให้ผู้ตอบเติมคำ หรือประโยค หรือข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้ เพื่อให้ได้ใจความและถูกต้อง
4. แบบทดสอบแบบตอบสั้น ๆ (Short Answer Test) เป็นข้อสอบคล้ายกับข้อสอบแบบเติมคำแต่แตกต่างกันที่ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ เขียนเป็นประโยคคำถามสมบูรณ์ (ข้อสอบเติมคำเป็นประโยคหรือข้อความที่ยังไม่สมบูรณ์) แล้วให้ผู้ตอบเป็นเป็นคนเขียนตอบคำถามที่ต้องการสั้น ๆ และกะทัดรัดได้ใจความสมบูรณ์ไม่ใช่เป็นการบรรยายแบบข้อสอบอัตนัยหรือความเรียง
5. แบบทดสอบแบบจับคู่ (Matching Test) เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ โดยมีคำถามหรือข้อความแยกออกจากกันเป็น 2 ชุด แล้วให้ผู้ตอบเลือกจับคู่ว่าแต่ละข้อความในชุดหนึ่ง (ตัวยืน) จะจับคู่กับคำหรือข้อความใดในอีกชุดหนึ่ง (ตัวเลือก) ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่งตามที่ผู้ออกข้อสอบกำหนดไว้
6. แบบทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice) จะประกอบด้วย 2 ตอน คือ ตอนนำหรือคำถาม (Stem) กับตอนเลือก (Choice) ในตอนเลือกนี้จะประกอบด้วยตัวเลือกที่เป็นคำตอบถูก และตัวเลือกที่เป็นตัวลวง และคำถามแบบเลือกตอบที่นิยมใช้ตัวเลือกที่ใกล้เคียงกันดูเผิน ๆ จะเห็นว่าทุกตัวเลือกถูกหมดแต่ความจริงมีน้ำหนักรวมกันน้อยต่างกัน

เขาวดี ราชชัยกุล วิบูลย์ศรี (2553 : 16) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนใหญ่ที่สร้างขึ้นมีจุดมุ่งหมายที่สำคัญเพื่อ ใช้วัดผลการเรียนรู้ทั้งด้านเนื้อหาวิชาการ และทักษะ ต่าง ๆ ของแต่ละสาขาวิชา โดยเฉพาะอย่างยิ่งสาขาวิชาทั้งหลายที่จัดสอนในระดับชั้นเรียนต่าง ๆ ของแต่ละโรงเรียน โดยลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีทั้งที่เป็นข้อเขียน และที่เป็นภาคปฏิบัติจริง

ศศิธร แม้นสงวน (2556 : 260 - 261) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นเครื่องมือสำหรับผู้สอนที่จะใช้ในการตรวจสอบผลการเรียนรู้รวมถึงพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียน หรือการจัดการเรียนรู้ของผู้สอน เพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับใด บรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้มากน้อยเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐานตัวชี้วัดอย่างไร ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพ มีประสิทธิภาพ ผ่านการสร้าง อย่างถูกต้อง มีความถูกต้อง เทียบตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลัก วิชาการ ซึ่งสามารถแบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น มุ่งใช้วัดผลผู้เรียนเฉพาะกลุ่มผู้สอน มีลักษณะเป็น แบบทดสอบข้อเขียน (Paper Test)

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective Test) แบบทดสอบที่กำหนดปัญหาแล้วให้ผู้เรียน แสดงคำตอบโดยการเขียนแสดงความรู้ ความคิดเจตคติได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย (Objective Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้เขียนตอบ สั้น ๆ เป็นแบบทดสอบถูก - ผิด แบบทดสอบเติมคำสั้น ๆ แบบจับคู่แบบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการคิดวิเคราะห์ ปรับปรุงจนมีคุณภาพมาตรฐาน

ประสาธน์ เถืองเฉลิม (2560 : 184 - 186) กล่าวว่า แบบทดสอบเป็นเครื่องมือที่นิยม นำมาใช้เพื่อวัดการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยหรือวัดความสามารถทางด้านสติปัญญา ประกอบด้วย ชุดคำถาม ภายใต้สถานการณ์ที่เป็นมาตรฐาน และมีการกำหนดหลักเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจน แบบทดสอบแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่

1. แบบเขียนตอบ (Essay Item) เป็นแบบทดสอบที่ผู้สอบต้องเขียนตอบอย่างอิสระ ภายใต้ประเด็นคำถามตามกรอบของผู้ออกข้อสอบ

2. แบบถูกผิด (True - false) คำถามชนิดนี้ถามถึงความจริง หลักการ กฎต่าง ๆ และการตีความ

3. แบบจับคู่ (Matching) ลักษณะของข้อสอบจะมี 2 คอลัมน์ คอลัมน์หนึ่งจะเป็นชุดของ คำถาม อีกคอลัมน์หนึ่งจะเป็นชุดของคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพื่อให้สอดคล้องกับ คำถาม

4. แบบเลือกตอบ (Multiple - choice) ข้อสอบแบบนี้แต่ละข้อกระทง (Item) จะประกอบด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกของโจทย์ (Stem) อีกส่วนหนึ่งเป็นตัวเลือก (Alternative) มีตั้งแต่ 3 ตัวเลือกถึง 5 ตัวเลือก แบบทดสอบแบบนี้จะวัดความสามารถของสมองได้ตั้งแต่ขั้นต่ำถึงขั้นสูง โดยคำตอบในตัวเลือกนั้นจะมีข้อถูกต้องเพียงข้อเดียว ส่วนข้ออื่น ๆ เป็นตัวลวง (Distracters)

จากการศึกษาเกี่ยวกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นเครื่องมือที่ครูใช้เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้นักเรียนว่าอยู่ในระดับใด บรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้มากน้อยเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐาน ตัวชี้วัดอย่างไร ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพ มีประสิทธิภาพ ผ่านการสร้างอย่างถูกต้อง มีความเที่ยงตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลักวิชาการ โดยทั่วไปแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้าง และแบบทดสอบมาตรฐาน และชนิดของแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่ แบบอัตนัย และปรนัย ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบปรนัย เลือกตอบ 4 ตัวเลือกเป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลการวิจัย

การวัดและการประเมินผล

การวัดและการประเมินผลเป็นกระบวนการสำคัญในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือตัดสินผลการเรียนรู้อาจะเป็นไปตามจุดประสงค์หรือไม่ เพื่อปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของผู้เรียน และเพื่อปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2543 : 31 - 32) ได้กล่าวว่า การทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนสามารถกระทำได้ 2 ลักษณะ คือ

1. การทดสอบแบบอิงกลุ่ม หรือการวัดผลแบบอิงกลุ่ม เป็นการทดสอบหรือการสอบวัดที่เกิดจากแนวความเชื่อในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ว่า ความสามารถของบุคคลใด ๆ ในเรื่องใดนั้นมีไม่เท่ากัน การทดสอบแบบนี้จะยึดคนส่วนกลุ่มคะแนนจะมีความหมายก็ต่อเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนของบุคคลอื่น ที่สอบด้วยข้อสอบฉบับเดียวกันจุดมุ่งหมายของการสอบแบบนี้ ก็เพื่อกระจายบุคคลทั้งกลุ่มไปตามความสามารถของแต่ละบุคคล

2. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ หรือการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ยึดความเชื่อในเรื่องการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ กล่าวคือ ยึดหลักในการเรียนการสอนนั้น จะต้องมุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนทั้งหมดหรือเกือบทั้งหมดประสบความสำเร็จในการเรียน แม้ว่าผู้เรียนจะมีลักษณะต่างกันไปก็ตามการทดสอบแบบอิงเกณฑ์จึงมีการกำหนดเกณฑ์ขึ้น แล้วนำผลการสอบวัดของแต่ละบุคคลเทียบเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่ได้มีการนำผลไปเปรียบเทียบกับบุคคลอื่น ๆ ในกลุ่ม ความสำคัญของการทดสอบแบบนี้ จึงอยู่ที่

การกำหนดเกณฑ์เป็นสำคัญ จุดมุ่งหมายของการทดสอบแบบนี้ จึงเป็นการตรวจสอบดูว่าใครเรียนได้ถึงเกณฑ์ และใครยังเรียนไม่ถึงเกณฑ์ ควรได้รับการปรับปรุงแก้ไขต่อไป เช่น อาจให้มีการเรียนซ่อมเสริม

นิยวรรณ จันทร์แก้ว (2551 : 50) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการทดสอบเป็นกระบวนการสำคัญในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการทดสอบจะมีหลายลักษณะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการทดสอบ แบ่งเป็น 3 ประเภท คือ

1. การทดสอบก่อนสอน หรือทดสอบเพื่อจัดตำแหน่ง (Placement Testing) เป็นการทดสอบเพื่อสำรวจความพร้อมหรือทดสอบเพื่อวัดความรู้เดิมของผู้เรียนก่อนการเรียนการสอน
2. การทดสอบย่อย (Formative Testing) เป็นการสอบตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดขึ้น โดยทำการทดสอบระหว่างดำเนินการสอน เพื่อสำรวจความรู้ความสามารถทดสอบเพื่อวัดว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถเพียงพอที่จะเรียนในหน่วยการเรียนรู้ต่อไปหรือไม่
3. การทดสอบรวมหรือการทดสอบเพื่อประเมินผลการเรียน (Summative Testing) เป็นการทดสอบเพื่อสรุปผลการเรียนหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561 : 56 - 59) กล่าวว่า การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้มุ่งเน้น การวัดและการประเมินการปฏิบัติงานในสภาพที่เกิดขึ้นจริงหรือที่ใกล้เคียงกับสภาพจริง รวมทั้งการประเมินเกี่ยวกับสมรรถภาพของผู้เรียนเพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้จากการท่องจำโดยใช้วิธีการประเมินที่หลากหลายจากการที่ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้เผชิญกับปัญหาจากสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์จำลอง ได้แก้ปัญหาสืบค้นข้อมูล และนำความรู้ไปใช้ รวมทั้งแสดงออกทางการคิด การวัดผลประเมินผลดังกล่าวมีจุดประสงค์สำคัญ ดังต่อไปนี้

1. เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและตัดสินผลการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เพื่อนำผลที่ได้จากการตรวจสอบไปปรับปรุงพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดียิ่งขึ้น
2. เพื่อวินิจฉัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การสืบค้น การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำความรู้ไปใช้การคิดวิเคราะห์การคิด สร้างสรรค์ การควบคุมกระบวนการคิด และนำผลที่ได้จากการวินิจฉัยผู้เรียนไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม
3. เพื่อรวบรวมข้อมูลและจัดทำสารสนเทศด้านการจัดการเรียนรู้โดยใช้ข้อมูล

จากการประเมินผลที่ได้ในการสรุปผลการเรียนของผู้เรียนและเป็นข้อมูล ป้อนกลับแก่ผู้เรียนหรือผู้เกี่ยวข้องตามความเหมาะสม รวมทั้งนำสารสนเทศไปใช้วางแผนบริหารจัดการการศึกษาของสถานศึกษา

ซึ่งการกำหนดจุดประสงค์ของการวัดผลประเมินผลอย่างชัดเจน จะช่วยให้เลือกใช้วิธีการและเครื่องมือวัดผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถวัดได้ในสิ่งที่ต้องการวัดและนำผลที่ได้ไปใช้งานได้จริง โดยแนวทางการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นมีแนวทางในการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญดังนี้

1. การวัดผลประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องโดยใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การวัดผลประเมินผลต้องสอดคล้องกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนที่ระบุไว้ ตามตัวชี้วัดซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทาง ในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดผลประเมินผล เพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งผลประเมินในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบ โดยทางตรงหรือทางอ้อมเพื่อให้ผู้เรียนได้ปรับปรุงตนเอง

2. การวัดผลประเมินผลต้องครอบคลุมด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพอย่างเต็มที่และครอบคลุม

3. การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องใช้วิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม และใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน การเลือกใช้วิธีการวัดที่เหมาะสมและเครื่องมือที่มีคุณภาพ จะทำให้สามารถวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้ ซึ่งจะทำให้ผู้สอนได้ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วน และตรงตามวัตถุประสงค์ของการวัดผลประเมินผล อย่างไรก็ตามผู้สอนควรตระหนักว่าเครื่องมือวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินตามวัตถุประสงค์หนึ่งไม่ควรนำมาใช้กับอีกวัตถุประสงค์หนึ่ง

4. การวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการที่ใช้สะท้อนความรู้ความสามารถของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนมีข้อมูลในการปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเองให้ดีขึ้น ในขณะที่ผู้สอนสามารถนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผล ประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะดังนี้

4.1 ประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลประเมินผล จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้ประโยชน์ ในการจัดการเรียนรู้ดังนี้

4.1.1 จัดกลุ่มผู้เรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน

4.1.2 วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผู้สอนพิจารณา เลือกตัวชี้วัด เนื้อหาสาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐาน และทักษะของผู้เรียน และสอดคล้องกับการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

4.2 ประเมินระหว่างเรียน เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในระหว่างการเรียน ข้อมูลที่ได้ จะช่วยให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในเรื่องต่อไปนี้

4.2.1 ศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นระยะ ๆ ว่าผู้เรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นผู้สอนจะได้หาทางแก้ไขได้ทันทันที

4.2.2 ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ถ้าพบว่า ผู้เรียนไม่เข้าใจบทเรียนใด จะได้จัดให้เรียนซ้ำหรือผู้เรียนเรียนรู้บทใดได้เร็วกว่าที่กำหนดไว้จะได้ปรับวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคน

4.3 ประเมินหลังการเรียน เป็นการประเมินเพื่อนำผลที่ได้ไปใช้สรุปผลการเรียนรู้ หรือเป็นการวัดผลประเมินผลแบบสรุปรวบยอดหลังจากสิ้นสุดภาค การศึกษาหรือปีการศึกษา ของผู้เรียน รวมทั้งผู้สอนสามารถนำผลการประเมินที่ได้ไปใช้ในการวางแผนและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดและการประเมินผล หมายถึง กระบวนการสำคัญ ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อสะท้อนความรู้ความสามารถของผู้เรียนและประสิทธิภาพ การสอนของผู้สอน โดยการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในแต่ละวิชานั้นสามารถกระทำ ได้ 2 ลักษณะคือ การทดสอบแบบอิงกลุ่มและการทดสอบแบบอิงเกณฑ์ โดยการวัดและประเมินผล แบ่งการประเมินผลออกเป็น 3 ระยะ คือ ประเมินก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ซึ่งในการ วิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การทดสอบแบบอิงกลุ่ม เนื่องจาก เป็นการทดสอบที่มุ่งทดสอบเพื่อเปรียบเทียบเทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน และวัดจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งเหมาะสมในการวัดความรู้ ด้านเนื้อหาของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยกระทำการวัด และประเมินผล 2 ระยะ คือ ประเมินผลก่อนเรียนและหลังเรียน

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบเป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญมากที่จะนำมาวัดความรู้ความสามารถของผู้เรียน และประสิทธิภาพของผู้สอน ดังนั้นการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ถูกต้องจะได้มา ซึ่งแบบทดสอบที่ดีมีคุณภาพและทำให้การวัดที่ได้มีความถูกต้อง

บุญชม ศรีสะอาด (2553 : 59 - 61) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดำเนินตามขั้นตอน 9 ขั้นตอนต่อไปนี้

1. วิเคราะห์จุดประสงค์ เนื้อหาขั้นแรกจะต้องทำการวิเคราะห์ดูว่ามีหัวข้อเนื้อหาใดบ้าง ที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และที่จะต้องวัดแต่ละหัวข้อเหล่านั้นต้องการให้ผู้เรียนเกิด พฤติกรรม หรือสมรรถภาพอะไร กำหนดออกมาให้ชัดเจน

2. กำหนดพฤติกรรมย่อยที่จะออกข้อสอบจากขั้นแรก พิจารณาต่อไปว่าจะวัดพฤติกรรมย่อย อะไรบ้าง อย่างละเอียดข้อพฤติกรรมย่อยดังกล่าวคือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั่นเอง เมื่อกำหนด จำนวนข้อที่ต้องการจริงเสร็จแล้ว ต่อมาพิจารณาว่า จะต้องออกข้อสอบเกินไว้หัวข้อละกี่ข้อ ควรออกเกินไว้ไม่ต่ำกว่า 25% ทั้งนี้หลังจากที่นำไปทดลองใช้และวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบ รายข้อ แล้วจะตัดข้อที่มีคุณภาพไม่เข้าเกณฑ์ออก ข้อสอบที่เหลือจะได้ไม่น้อยกว่าข้อที่ต้องการจริง

3. กำหนดรูปแบบของข้อคำถามและศึกษาวิธีการเขียนข้อสอบ ขั้นตอนนี้จะเหมือนกับ ขั้นตอนที่ 2 ของการวางแผนสร้างข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ทุกประการ คือตัดสินใจว่าจะใช้ข้อคำถาม รูปแบบใดและศึกษาวิธีเขียนข้อสอบ เช่น ศึกษาหลักในการเขียนคำถามแบบนั้น ๆ ศึกษาวิธีเขียน ข้อสอบเพื่อวัดจุดประสงค์ประเภทต่าง ๆ ศึกษาเทคโนโลยีในการเขียนข้อสอบของตน

4. เขียนข้อสอบลงมือเขียนข้อสอบตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ตามตารางที่กำหนด จำนวนข้อสอบของแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และใช้รูปแบบเทคนิคการเขียนตามที่ศึกษา ในขั้นตอนที่ 3

5. ตรวจสอบข้อสอบนำข้อสอบที่ได้เขียนไว้แล้วในขั้นตอนที่ 4 มาพิจารณาทบทวน อีกครั้ง โดยพิจารณาความถูกต้องตามหลักวิชา แต่ละข้อวัดพฤติกรรมย่อยหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ที่ต้องการหรือไม่ ตัวถูกตัวลวงเหมาะสมเข้าเกณฑ์หรือไม่ ทำการปรับปรุงให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

6. ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงตามเนื้อหา นำจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและข้อสอบ ที่วัดจุดประสงค์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและด้านเนื้อหาจำนวนไม่ต่ำกว่า 3 คน พิจารณาว่า ข้อสอบแต่ละข้อวัดตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้หรือไม่ ถ้ามีข้อที่ไม่เข้าเกณฑ์ควรพิจารณา ปรับปรุงให้เหมาะสม เว้นแต่จะไม่สามารถปรับปรุงให้ดีขึ้นได้อย่างชัดเจน

7. พิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลองนำข้อสอบทั้งหมดที่ผ่านการพิจารณาว่าเหมาะสมเข้าเกณฑ์ในขั้นที่ 6 มาพิมพ์เป็นแบบทดสอบ มีคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบทดสอบวิธีตอบ จัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม

8. ทดลองใช้ วิเคราะห์คุณภาพ และปรับปรุง

9. พิมพ์แบบทดสอบฉบับจริงนำข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกเข้าเกณฑ์ จากผลการวิเคราะห์ในขั้นที่ 8 มาพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับจริงต่อไป โดยเน้นการพิมพ์ที่ประณีต มีความถูกต้อง มีคำชี้แจงที่ละเอียดแจ่มชัด ผู้อ่านเข้าใจง่าย

เยาวดี ราชชัยกุล วิบูลย์ศรี (2553 : 178 - 186) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไปของการสอบให้อยู่ในรูปของวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยระบุเป็นข้อ ๆ และให้วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมเหล่านั้น สอดคล้องกับเนื้อหาสาระทั้งหมดที่จะทำการทดสอบด้วย

ขั้นที่ 2 กำหนดโครงสร้างเรื่องของเนื้อหาสาระ ที่จะทำการทดสอบให้ครบถ้วน

ขั้นที่ 3 เตรียมตารางเฉพาะหรือผังแบบทดสอบเพื่อแสดงถึงน้ำหนักของเนื้อหาวิชาแต่ละส่วน และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่ต้องการทดสอบให้เด่นชัด สั้นกะทัดรัดและมีความชัดเจน

ขั้นที่ 4 สร้างข้อกระทงทั้งหมดที่ต้องการจะทดสอบให้เป็นไปตามสัดส่วนของน้ำหนักที่ระบุไว้ในตารางเฉพาะ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555 : 154) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หรือหลักสูตรสถานศึกษาและวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

2. จากข้อมูลในขั้นที่ 1 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียนในแต่ละเนื้อหาวิชา

3. วิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ซึ่งพฤติกรรมที่จะวัดในวิชาคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์ จากนั้นสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบจำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละเนื้อหา

4. จากข้อมูลในขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 นำมาวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

5. กำหนดลักษณะของข้อสอบและการสร้างข้อสอบตามพฤติกรรมที่ต้องการวัด และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในขั้นที่ 4

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 30 - 32) ได้กล่าวถึงขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างแบบทดสอบไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล สารการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหาที่ต้องการ

2. วิเคราะห์เนื้อหาและระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด

3. กำหนดรูปแบบของข้อสอบที่จะใช้ในแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ซึ่งควรใช้รูปแบบที่หลากหลายเพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ ความสามารถอย่างเต็มศักยภาพ

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาที่ต้องการทดสอบและเวลาที่ใช้สอบ

5. สร้างข้อสอบตามที่กำหนดโดยคำนึงถึงเทคนิคของการสร้างข้อสอบ และความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล

6. ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเที่ยงตรง และความเป็นปรนัยของข้อสอบ นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แนะนำแนวทางในการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบไว้ดังนี้

1. การสร้างคำถาม คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1.1 สั้น ได้ใจความชัดเจน และใช้ภาษาที่เข้าใจได้ง่าย

1.2 ใช้เป็นประโยคบอกเล่า ในกรณีที่มีการใช้คำปฏิเสธ เช่น ไม่หรือห้าม ต้องเน้นด้วยการทำตัวหนา หรือขีดเส้นใต้คำที่แสดงการปฏิเสธ

1.3 คำถามแต่ละข้อจะต้องเป็นอิสระต่อกัน การตอบคำถามของข้อหนึ่ง จะต้องไม่ชี้นำหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง

1.4 หลีกเลี่ยงการใช้ภาษาที่ชี้นำหรือสื่อความไปถึงคำตอบถูกหรือคำตอบผิด

1.5 แต่ละคำถามต้องมีคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว (ยกเว้นข้อสอบเพื่อการวิเคราะห์ ที่มีคำตอบถูกหลายคำตอบได้ แต่การแปลผลจะต้องคำนึงถึงความหมายของแต่ละคำตอบ)

2. การสร้างตัวเลือก โดยทั่วไปตัวเลือกของข้อสอบเลือกตอบมีจำนวน 3 - 5 ตัวเลือก การกำหนดจำนวนตัวเลือกในแต่ละข้อสอบต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียน ตัวเลือกที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

2.1 แต่ละตัวเลือกควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกันและมีความยาวใกล้เคียงกัน
 2.2 ใช้คำที่สั้น ได้ใจความชัดเจน และหลีกเลี่ยงการใช้คำศัพท์หรือข้อความที่เข้าใจ
 ได้ยาก

2.3 ไม่ควรใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” “ผิดทุกข้อ” หรือ “ไม่มีข้อใดถูก” (เพราะเป็น
 การสื่อความหมายถึงความไม่แน่ใจในคำถามหรือการเลือกตอบด้วยความไม่มั่นใจ)

2.4 ไม่ควรสร้างตัวเลือกโดยใช้ระดับของความถูกต้องเป็นประเด็นให้คิด เช่น
 ถูกครึ่ง - ผิดครึ่ง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน เพราะอาจเกิดความสับสนในการเลือกคำตอบ

ศศิธร แม่นสงวน (2556 : 261) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนไว้ 8 ขั้นตอน ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นพฤติกรรมเป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนกำหนด และ
 คาดหวังจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน โดยผู้สอนจะกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับเป็นแนวทางในการจัด
 การเรียนการสอน และการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์

3. กำหนดชนิดของข้อสอบ

4. เขียนข้อสอบ

5. ตรวจสอบ

6. จัดพิมพ์แบบทดสอบ

7. ทดลองสอบเพื่อนำผลมาวิเคราะห์ข้อสอบ

8. แก้ไขปรับปรุงได้แบบทดสอบฉบับจริง

ประสาธ เนืองเฉลิม (2560 : 187 - 188) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ 8 ขั้นตอน
 ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของการสอบแต่ละครั้งให้แน่ชัดว่าจะสอบเพื่ออะไร สอบกับใคร
 และระดับชั้นใด

2. กำหนดลักษณะของสิ่งที่ต้องการจะวัด การสร้างแบบทดสอบจะต้องรู้ว่าต้องวัดสิ่งใด
 จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคืออะไร เนื้อหาจะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุพฤติกรรมด้านใด
 พฤติกรรมเหล่านั้นเป็นอย่างไร

3. กำหนดชนิดของเครื่องมือในการวัด

4. เขียนข้อสอบ

5. ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแก้ไข ผู้เชี่ยวชาญควรประกอบด้วยบุคคลอย่างน้อย 2 ด้าน คือ
 ด้านเนื้อหาสาระวิชา และด้านการวัดผลทางการศึกษา โดยพิจารณาคำถามและคำตอบว่าถูกต้อง
 ตามหลักวิชาหรือไม่ ภาษาที่ใช้ในการเขียนข้อสอบเหมาะสม และวัดได้ตรงตามจุดประสงค์หรือไม่

6. การทดลองใช้แบบทดสอบ
7. สร้างเกณฑ์แปลความหมายคะแนน
8. การเขียนรายงานและคู่มือการใช้

จากการศึกษาข้างต้นนั้น ผู้วิจัยได้สรุปว่า วิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ต้องกระทำตามขั้นตอนดังต่อไปนี้ 1) วิเคราะห์จุดประสงค์ 2) กำหนดพฤติกรรมย่อยที่จะออกข้อสอบ 3) กำหนดรูปแบบของข้อคำถามและศึกษาวิธีการเขียน 4) เขียนข้อสอบ 5) ตรวจสอบข้อสอบ 6) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงตามเนื้อหา 7) พิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง 8) ทดลองใช้ วิเคราะห์คุณภาพ และปรับปรุง และ 9) พิมพ์แบบทดสอบฉบับจริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

เยพ และคณะ (Yeap and et al. 2008 : 282 - 313) ทำการศึกษาเรื่อง การใช้วิธีการวาดแบบจำลอง (The Model Method) เพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งกล่าวถึงการใช้วิธีการวาดแบบจำลองในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษาที่ประเทศสิงคโปร์ ผลการศึกษาพบว่า การวาดแบบจำลองช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ที่ใช้รูปธรรมอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม โดยนำเสนอผ่านแบบจำลองที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพื่อให้ให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ยิ่งขึ้น นอกจากนี้วิธีการดังกล่าวยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโจทย์ปัญหาชนิดต่าง ๆ ที่อยู่ในหลักสูตรของโรงเรียนและเป็นวิธีที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาองค์ความรู้ในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ขั้นสูงด้วย ซึ่งการใช้วิธีการวาดแบบจำลองนี้เป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับครูในระดับประถมศึกษาที่จะนำไปใช้ในการสนับสนุนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะเป็นวิธีที่ใช้เพื่อเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนในการเรียนพีชคณิตที่เป็นทางการในระดับที่สูงขึ้น และพบว่านักเรียนที่ประสบความสำเร็จอย่างต่อเนื่องก็จะมีพื้นฐานที่ดีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นไป

เฟอร์รืคชี และคณะ (Ferrucci and et al. 2008 : 195 - 209) ได้ศึกษาการใช้วิธีการวาดแบบจำลอง (The Model Method) เพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า การวาดแบบจำลองช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์และการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนได้เป็นอย่างดีเนื่องจากเป็นวิธีการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ ที่ใช้รูปธรรมอธิบาย ความสัมพันธ์ของข้อมูลใน โจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม

โดยนำเสนอผ่าน แบบจำลองที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ดียิ่งขึ้น

ไค และ โมเยอร์ (Cai and Moyer, 2008 : 127 - 128) ได้ศึกษาข้อมูลเชิงลึกในการพัฒนาความคิดทางพีชคณิต ผลการศึกษาพบว่า การแก้สมการ โดยวาดแบบจำลองจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ได้ชัดเจนทำให้นักเรียนสามารถแก้สมการที่กำหนดให้ได้ โดยกิจกรรมการเรียนการสอนเริ่มจากการให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ช่วยทำให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรมทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น จากนั้นเปลี่ยนการวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นการใช้อยุทธศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

ราฟทลิซัน และคณะ (Rethlefsen and et al. 2011 : 102 - 117) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบการสอนแบบ Bar Model โดยใช้แบบจำลองสถานการณ์ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน กับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ และใช้แบบสอบถามจากการทดสอบก่อนและหลังการทดลองเพื่อสร้างความเชื่อมั่นในประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ และใช้เครื่องมือวัดความเชื่อมั่นในการสอนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า บาร์โมเดลสร้างความพึงพอใจและความเชื่อมั่นให้กับครูผู้สอน

โมริน และคณะ (Morin and et al. 2017 : 91 - 104) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้รูปแบบจำลองบาร์ เกี่ยวกับการวาดเพื่อสอนคำยากให้กับนักเรียนที่มีปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่มีปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยแนวคิดพื้นฐานการเรียนรู้แบบ Schematic - based Instruction (SBI) และการเรียนรู้แบบ Cognitive Strategy Instruction (CSI) ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหาค่าเชื่อมโยงกับเทคนิคบาร์โมเดล ผลการวิจัยพบว่า การสร้างแบบจำลองบาร์ เป็นกลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพในการเพิ่มความแม่นยำในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ระดับประถมศึกษาและความสามารถในการใช้กลวิธีทางความคิดเพื่อแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

พีรันธร ยาคำ (2557 : 102 - 104) ได้ศึกษาผู้เรียนในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่หลากหลาย เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณ และการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นผลเนื่องมาจากผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่หลากหลาย สามารถช่วยให้ผู้เรียนมีเครื่องมือในการแก้โจทย์ปัญหาได้มากขึ้น ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนมีทักษะในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มขึ้นจากเดิม และจากการศึกษาผลหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า ผู้เรียนมีความสามารถแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาในแผนที่ 1 เรื่อง การฝึกเดาและตรวจสอบ พร้อมกับฝึกสร้างตาราง แผนที่ 2 เรื่อง การฝึกวาดภาพและการคิดย้อนกลับได้ดีกว่าแผนที่อื่น ๆ

ทั้งนี้อาจเป็นผลจากการได้ฝึกหัดลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหารด้วยยุทธวิธีในขั้นเบื้องต้นคือ การใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีการสร้างตาราง ยุทธวิธีการวาดภาพ และยุทธวิธีการคิดย้อนกลับ ซึ่งเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ผู้เรียนจึงมีผลการประเมินหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับสูงกว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ ส่วนในแผนที่ 5 เรื่องโจทย์ปัญหาากก็น่าสนใจ ซึ่งมีจำนวนผู้เรียนผ่านเกณฑ์น้อยกว่าแผนอื่น ๆ

นิภาพร หยั่งถึง (2558 : 42) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้เทคนิคการวาดภาพ พบว่า ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งวัดจากคะแนนการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 85.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 65.00

ทิวาพร เดมีศักดิ์ (2558 : 71 - 74) ได้ทำการศึกษาการใช้การวาดแบบจำลองเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้โดยวิเคราะห์โจทย์ปัญหาแล้ววาดแบบจำลองเพื่อทำความเข้าใจโจทย์ จากนั้นพิจารณาจากแบบจำลองแล้วสามารถทำให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนร้อยละ 71.43 มีคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 คะแนน (คิดเป็นคะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 76.49)

อชเทพ ผดุงกิจ (2559 : 87 - 90) ได้ศึกษาการใช้กลยุทธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย พบว่า นักเรียนที่ทำแบบทดสอบโดยใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ได้เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้ กลุ่มนักเรียนที่มีผลการเรียนดี จะมีการวางแผนการเลือกใช้กลยุทธ์อย่างเป็นระบบ สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ได้อย่างเหมาะสม มีความมั่นใจในการเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกลยุทธ์ที่นักเรียนมีความเคยชิน ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างแม่นยำและรวดเร็ว ส่งผลให้ได้คำตอบอย่างถูกต้อง กลุ่มนักเรียนที่มีผลการเรียนปานกลาง เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาน้อย 1 กลยุทธ์ ในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการแล้วนักเรียนยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนจะเปลี่ยนเป็นกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบ ซึ่งเป็นกลยุทธ์ที่เริ่มต้นแก้ปัญหาได้ง่าย ไม่มีความซับซ้อน แต่จะใช้เวลามากในการแก้ปัญหา กลุ่มนักเรียนที่มีผลการเรียนอ่อน เมื่อพบโจทย์ปัญหานักเรียนกลุ่มนี้จะไม่ได้คำนึงถึงการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่เมื่อสัมผัสกับนักเรียนกลุ่มนี้จะตอบในเชิงที่ว่าเริ่มต้นจากการคาดเดาและตรวจสอบ

กุลนันท์ กลิ่นสุวรรณ (2560 : 51 - 52) ได้ศึกษาถึงผลการจัดการเรียนรู้และการฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างสม่ำเสมอด้วยบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้และการฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างสม่ำเสมอด้วยบาร์โมเดลอยู่ในระดับมาก

ถนอมวงศ์ มาศรักษา (2562 : 530 - 540) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ครูผู้สอนยังจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือโดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง และต้องการพัฒนาปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยรวมอยู่ระดับมากที่สุด และยังพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้ นักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยประยุกต์บาร์โมเดลร่วมกับแนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จรัสนันท์ ตรียัง (2562 : 61 - 62) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดนางคุ่ม จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดของโพลยาพร้อมกับเทคนิค การวาดรูปบาร์โมเดลอยู่ในระดับดีเยี่ยม และสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐพล เลิศนัน (2562 : 90 - 91) ได้ศึกษายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการบวก การลบ การคูณและการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 ของกลุ่มโรงเรียนห้วยน้ำหวาน จังหวัดลพบุรี ปีการศึกษา 2561 จำนวน 399 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบคณิตศาสตร์เพื่อศึกษายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาหนึ่งขั้นตอน ที่ผู้วิจัยได้พัฒนามาจากเครื่องมือของสมทรง สุวพานิช และ Christou and Philippon นำผลที่ได้มาพิจารณา

รูปแบบการคิดที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสังเกตจากส่วนที่ว่างสำหรับทศเลขของแบบทดสอบแต่ละข้อ แล้วจำแนกเป็นยุทธวิธี เพื่อนำมาวิเคราะห์สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนที่เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณและการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยเป็นดังนี้คือ 1) การวาดรูปประกอบ การเดาและตรวจสอบคำตอบ 2) การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ และ 3) การคิดย้อนกลับ

กัณฑ์ สอนชีว (2563 : 89) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่าวิธีการจัดการเรียนรู้ควรคำนึงวิถีธรรมชาติแห่งการเรียนรู้ของเด็กว่ามีวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง การจัดการเรียนรู้ควรจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้อง คือ วิถีธรรมชาติแห่งการคิดของเด็ก เปิดโอกาสให้เด็กคิดแก้ปัญหาเอง โดยครูไม่ต้องหาวิธีการหรือเสนอวิธีคิดให้ในชั้นเรียน เด็กควรใช้เวลาส่วนใหญ่ได้คิดแก้ปัญหาเอง และนำเสนอวิธีแก้ปัญหาในชั้นเรียน หลังจากนั้นเด็กจะได้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาแล้วเปรียบเทียบหาข้อแตกต่างของวิธีการแต่ละวิธี

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพควรจำเป็นต้องใช้เทคนิค กลวิธี หรือยุทธวิธีเป็นเครื่องมือช่วยที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งจากการศึกษาเทคนิคที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้นทั้งเทคนิคบาร์โมเดล และเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวของ สสวท. ต่างเป็นเทคนิคที่ดีและมีประสิทธิภาพ

ดังนั้นงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะใช้เทคนิคบาร์โมเดล ซึ่งเป็นเทคนิคที่ได้รับความนิยม ซึ่งมีความเป็นนานาชาติ เปรียบเทียบกับเทคนิคของ สสวท. ซึ่งเป็นเทคนิคที่ได้รับการยอมรับจากกระทรวงศึกษาธิการและได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในประเทศไทยว่าเทคนิคใดมีความเหมาะสม และสอดคล้องกับการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนนับที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100,000 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้เพื่อนำข้อค้นพบที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป