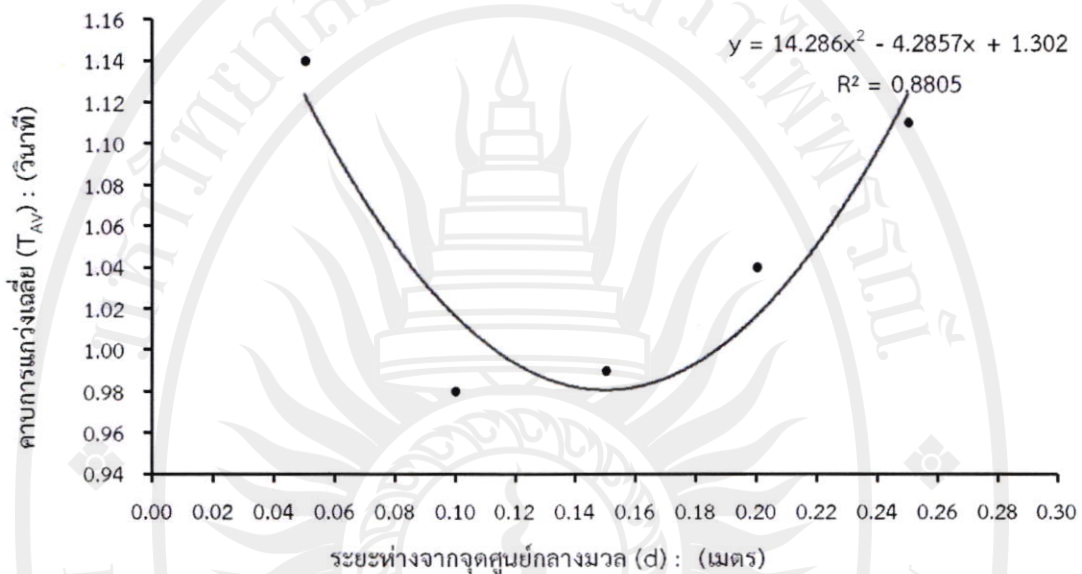


เมื่อใช้โปรแกรม Microsoft Excel หาสมการของเส้นแนวโน้ม สองระดับ ได้แก่ พหุนามกำลังสอง และพหุนามกำลังสี่ ให้รูปสมการ และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ( $R^2$ ) ซึ่งหาระยะห่างจากตำแหน่งศูนย์กลางมวลที่ทำให้คาบเฉลี่ยในการแกว่งมีค่าต่ำสุด ได้ดังภาพประกอบ 23 - 24



**ภาพประกอบ 23** กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และคาบเฉลี่ยในการแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อมเส้นแนวโน้มในรูปสมการพหุนามกำลังสอง

สมการพหุนามกำลังสองคือ  $T = 14.286d^2 - 4.2857d + 1.302$

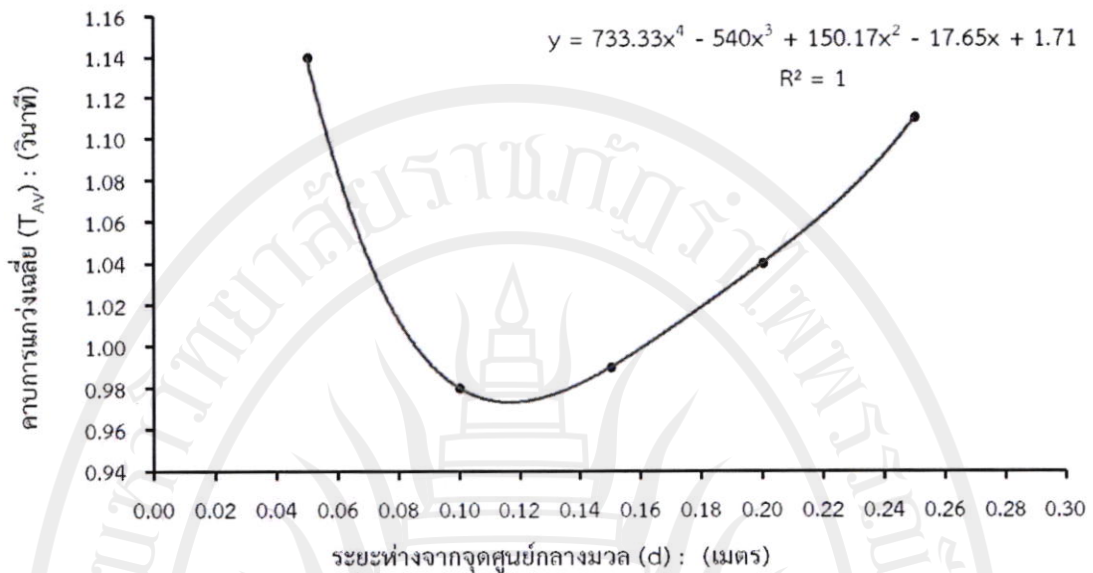
โดยมีค่า  $R^2 = 0.8805$

จุดวิกฤต  $d$  ที่ทำให้คาบการแกว่งต่ำสุด หาจาก

$$\frac{d}{dd}(14.286d^2 - 4.2857d + 1.302) = 0$$

นั่นคือ  $28.572d - 4.2857 = 0$

มีคำตอบคือ 0.150 เมตร หรือประมาณ 15.0 เซนติเมตร



ภาพประกอบ 24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และค่าเฉลี่ยในทางแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อมเส้นแนวโน้มในรูปสมการพหุนามกำลังสี่

สมการพหุนามกำลังสี่คือ  $T = 733.33d^4 - 540d^3 + 150.17d^2 - 17.65d + 1.71$

โดยมีค่า  $R^2 = 1$

จุดวิกฤต d ที่ทำให้ค่าการแกว่งต่ำสุด หาจาก

$$\frac{d}{dd} (733.33d^4 - 540d^3 + 150.17d^2 - 17.65d + 1.71) = 0$$

$$\text{นั่นคือ } 2933.32d^3 - 1620.99d^2 + 300.34d - 17.65 = 0$$

ให้คำตอบจำนวนสามคำตอบได้แก่

$$\text{คำตอบที่ 1 } 0.11704603210432145$$

$$\text{คำตอบที่ 2 } 0.2177833535222464 + 0.06307264003468901i$$

$$\text{คำตอบที่ 3 } 0.2177833535222464 - 0.06307264003468901i$$

และมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียงค่าเดียวคือ 0.117 เมตร หรือประมาณ 11.7 เซนติเมตร

### 3. ผลการทดลองการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ข้อมูลของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

|  |        |                          |              |       |          |
|--|--------|--------------------------|--------------|-------|----------|
| มวล (m)                                    | 196.30 | กรัม                     | เทียบเท่ากับ | 0.196 | กิโลกรัม |
| ฐานกว้าง (A)                               | 30.0   | เซนติเมตร                | เทียบเท่ากับ | 0.300 | เมตร     |
| ความสูง (B)                                | 36.0   | เซนติเมตร                | เทียบเท่ากับ | 0.360 | เมตร     |
| ค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก (g) | 9.805  | เมตร/วินาที <sup>2</sup> |              |       |          |

สูตรทางทฤษฎีของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ( $I_{Z_{CM}}$ ):  $\frac{1}{18}m(A^2 + B^2)$

โมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ( $I_{Z_{CM}}$ ) ที่เกิดจากแทนค่าในสูตร 0.00239 กิโลกรัม·เมตร<sup>2</sup>

ตาราง 6 ผลการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

| ตำแหน่งที่ | ระยะ d (เมตร) | ครั้งที่ | จำนวนรอบการแกว่ง (รอบ) | เวลาที่ใช้ (วินาที) | คาบ (วินาที) | ความเฉลี่ย (วินาที) | ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากการทดลอง (กิโลกรัม·เมตร <sup>2</sup> ) | ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากสูตรทางทฤษฎี (กิโลกรัม·เมตร <sup>2</sup> ) | Error (%) |
|------------|---------------|----------|------------------------|---------------------|--------------|---------------------|--|--|-----------|
| 1          | 0.200         | 1        | 20                     | 20.48               | 1.02         | 1.02                | 0.00236  | 0.00239  | 1.51      |
|            |               | 2        | 20.5                   | 1.03                |              |                     |  |  |           |
|            |               | 3        | 20.41                  | 1.02                |              |                     |  |  |           |
|            |               | 4        | 20.42                  | 1.02                |              |                     |  |  |           |
|            |               | 5        | 20.47                  | 1.02                |              |                     |  |  |           |
| 2          | 0.160         | 1        | 20                     | 19.46               | 0.97         | 0.98                | 0.00240  | 0.00239  | 0.25      |
|            |               | 2        | 20                     | 19.51               | 0.98         |                     |  |  |           |
|            |               | 3        | 20                     | 19.48               | 0.97         |                     |  |  |           |
|            |               | 4        | 20                     | 19.53               | 0.98         |                     |  |  |           |
|            |               | 5        | 20                     | 19.54               | 0.98         |                     |  |  |           |
| 3          | 0.120         | 1        | 20                     | 18.79               | 0.94         | 0.94                | 0.00236  | 0.00239  | 1.31      |
|            |               | 2        | 20                     | 18.77               | 0.94         |                     |  |  |           |
|            |               | 3        | 20                     | 18.83               | 0.94         |                     |  |  |           |
|            |               | 4        | 20                     | 18.88               | 0.94         |                     |  |  |           |
|            |               | 5        | 20                     | 18.87               | 0.94         |                     |  |  |           |

ตาราง 6 (ต่อ)

| ตำแหน่งที่ | ระยะ d<br>(เมตร) | จำนวนรอบ<br>การแกว่ง<br>(รอบ) | เวลาที่ใช้<br>(วินาที) | คาบ<br>(วินาที) | คาบเฉลี่ย<br>(วินาที) | ค่า $I_{ZCM}$<br>จากการทดลอง<br>(กิโลกรัม-เมตร <sup>2</sup> ) | ค่า $I_{ZCM}$<br>จากสูตรทางทฤษฎี<br>(กิโลกรัม-เมตร <sup>2</sup> ) | Error<br>(%) |
|------------|------------------|-------------------------------|------------------------|-----------------|-----------------------|---|---|--------------|
| 4          | 0.0800           | 20                            | 19.26                  | 0.96            | 0.96                  | 0.00237   | 0.00239   | 0.77         |
|            |                  | 20                            | 19.27                  | 0.96            |                       |   |   |              |
|            |                  | 20                            | 19.28                  | 0.96            |                       |   |   |              |
|            |                  | 20                            | 19.31                  | 0.97            |                       |   |   |              |
|            |                  | 20                            | 19.34                  | 0.97            |                       |   |   |              |
| 5          | 0.0400           | 20                            | 23.14                  | 1.16            | 1.16                  | 0.00230   | 0.00239   | 3.68         |
|            |                  | 20                            | 23.17                  | 1.16            |                       |   |   |              |
|            |                  | 20                            | 23.18                  | 1.16            |                       |   |   |              |
|            |                  | 20                            | 23.16                  | 1.16            |                       |   |   |              |
|            |                  | 20                            | 23.22                  | 1.16            |                       |   |   |              |

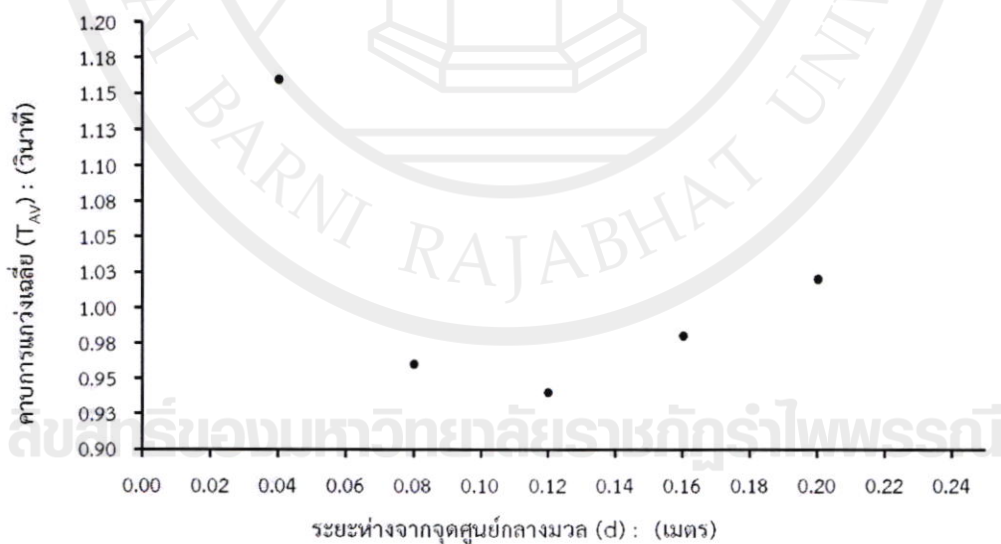
จากตาราง 6 พบว่า ตำแหน่งของจุดแขวนที่มีคาบการแกว่งต่ำสุด คือ ระยะที่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 12.0 เซนติเมตร มีค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากการทดลองเท่ากับ 0.00236 กิโลกรัม·เมตร<sup>2</sup> และค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากสูตรทางทฤษฎีเท่ากับ 0.00239 กิโลกรัม·เมตร<sup>2</sup>

เมื่อเขียนกราฟระหว่าง คาบเวลาเฉลี่ยในการแกว่ง กับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล โดยใช้ข้อมูล ดังตาราง 7

ตาราง 7 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และคาบเฉลี่ยในการแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

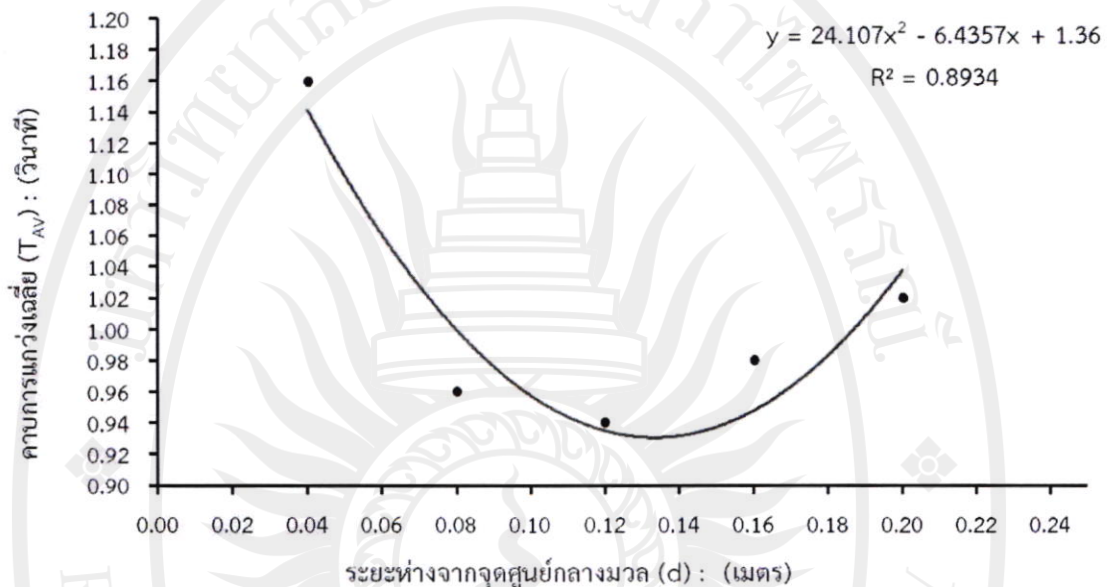
| จุดที่ | ระยะที่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล (เมตร) | คาบเฉลี่ยในการแกว่ง (วินาที) |
|--------|--------------------------------------|------------------------------|
| 1      | 0.200                                | 1.02                         |
| 2      | 0.160                                | 0.98                         |
| 3      | 0.120                                | 0.94                         |
| 4      | 0.080                                | 0.96                         |
| 5      | 0.040                                | 1.16                         |

ซึ่งเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และคาบเฉลี่ยในการแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ดังภาพประกอบ 25



ภาพประกอบ 25 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และคาบเฉลี่ยในการแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เมื่อใช้โปรแกรม Microsoft Excel หาสมการของเส้นแนวโน้ม สองระดับได้แก่ พหุนามกำลังสอง และพหุนามกำลังสี่ ให้รูปสมการ และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ( $R^2$ ) ซึ่งหาระยะห่างจากตำแหน่งศูนย์กลางมวลที่ทำให้คาบการแกว่งเฉลี่ยมีค่าต่ำสุด ได้ดังภาพประกอบ 26 - 27



ภาพประกอบ 26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และคาบเฉลี่ยในการแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พร้อมเส้นแนวโน้มในรูปสมการพหุนามกำลังสอง

สมการพหุนามกำลังสองคือ  $T = 24.107d^2 - 6.4357d + 1.36$

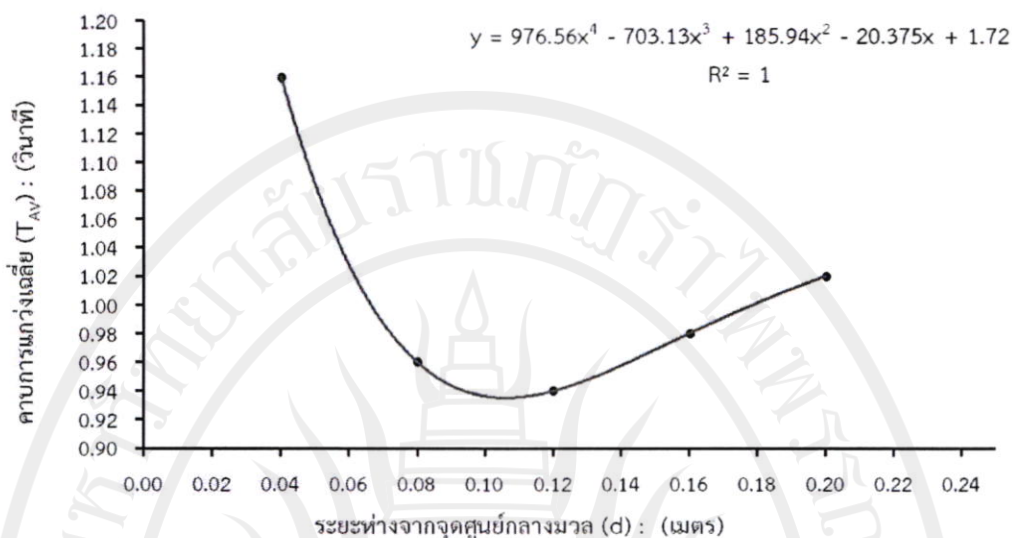
โดยมีค่า  $R^2 = 0.8934$

จุดวิกฤต  $d$  ที่ทำให้คาบการแกว่งต่ำสุด หาจาก

$$\frac{d}{dd}(24.107d^2 - 6.4357d + 1.36) = 0$$

นั่นคือ  $48.214d - 6.4357 = 0$

มีคำตอบคือ 0.133 เมตร หรือประมาณ 13.3 เซนติเมตร



**ภาพประกอบ 27** กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล และคาบเฉลี่ยในการแกว่งของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พร้อมเส้นแนวโน้มในรูปสมการพหุนามกำลังสี่

สมการพหุนามกำลังสี่คือ  $T = 976.56d^4 - 703.13d^3 + 185.94d^2 - 20.375d + 1.72$

โดยมีค่า  $R^2 = 1$

จุดวิกฤต  $d$  ที่ทำให้คาบการแกว่งต่ำสุด หาจาก

$$\frac{d}{dd} (976.56d^4 - 703.13d^3 + 185.94d^2 - 20.375d + 1.72) = 0$$

$$\text{นั่นคือ } 3906.24d^3 - 2109.39d^2 + 371.88d - 20.375 = 0$$

ให้คำตอบจำนวนสามคำตอบได้แก่

$$\text{คำตอบที่ 1 } 0.10607872614417432$$

$$\text{คำตอบที่ 2 } 0.2169632481345975 + 0.04580505114443976i$$

$$\text{คำตอบที่ 3 } 0.2169632481345975 - 0.04580505114443976i$$

และมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียงค่าเดียวคือ 0.117 เมตร หรือประมาณ 11.7 เซนติเมตร

มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงคือ 0.106 เมตร หรือประมาณ 10.6 เซนติเมตร



4. ผลการเปรียบเทียบผลการทดลอง การหาระยะห่างจากศูนย์กลางมวลที่ทำให้คาบต่ำสุด กับผลทางทฤษฎี และผลจากการหาค่าวิกฤต

ผลการทดลองหาระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้คาบต่ำสุดโดยสามวิธีการ แสดงในตาราง 8

ตาราง 8 การเปรียบเทียบผลการทดลอง การหาระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้คาบต่ำสุด กับผลทางทฤษฎี และผลจากการสร้างเส้นแนวโน้ม และหาค่าวิกฤตของสมการพหุนาม

| รูปทรง<br>ของแผ่นบาง | พหุนาม<br>ที่ใช้ | รูปสมการ  | ค่า $R^2$ | ระยะ $d$ ที่ทำให้<br>คาบต่ำสุด<br>ทางทฤษฎี<br>: $d_T$<br>(เมตร) | ระยะ $d$ ที่ทำให้<br>คาบต่ำสุด<br>จากการ<br>ทดลอง<br>: $d_E$<br>(เมตร) | ระยะ $d$ ที่ทำให้<br>คาบต่ำสุด<br>จากค่าวิกฤต<br>: $d_C$<br>(เมตร) |
|----------------------|------------------|---|-----------|---|--|--|
| สี่เหลี่ยม           | กำลังสอง         | $T = 24.352d^2 - 7.8292d + 1.6767$                        | 0.9593    |   | 0.135  | 0.161  |
| สี่เหลี่ยม           | กำลังสี่         | $T = 459.5d^4 - 399.22d^3 + 130.26d^2 - 18.004d + 1.9561$ | 1         | 0.1443<br>(รูเจาะที่ 3)   |  | 0.139  |
| สามเหลี่ยม           | กำลังสอง         | $T = 14.286d^2 - 4.2857d + 1.302$                         | 0.8805    |   | 0.100  | 0.150  |
| มุมฉาก               | กำลังสี่         | $T = 733.33d^4 - 540d^3 + 150.17d^2 - 17.65d + 1.71$      | 1         | 0.1179<br>(รูเจาะที่ 4)   |  | 0.117  |
| สามเหลี่ยม           | กำลังสอง         | $T = 24.107d^2 - 6.4357d + 1.36$                          | 0.8934    |   | 0.120  | 0.133  |
| หน้าจั่ว             | กำลังสี่         | $T = 976.56d^4 - 703.13d^3 + 185.94d^2 - 20.375d + 1.72$  | 1         |   | (รูเจาะที่ 3)  | 0.106  |

5. ผลการเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลระหว่างวัตถุแบบแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่ระยะซึ่งทำให้ค่าบต่ำสุด

ผลการทดลองหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปเรขาคณิตแบบแผ่นบางสามรูปแบบ แสดงในตาราง 9

ตาราง 9 แสดงค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่ระยะซึ่งทำให้ค่าบต่ำสุด

| รูปทรง<br>ของวัตถุแผ่นบาง | ระยะ $d_E$<br>(เมตร) | ค่าการแกว่ง<br>ต่ำสุด<br>(วินาที) | ค่า $I_{Z_{CM}}$<br>จากการทดลอง<br>(กิโลกรัม·เมตร <sup>2</sup> ) | ค่า $I_{Z_{CM}}$<br>จากสูตรทางทฤษฎี<br>(กิโลกรัม·เมตร <sup>2</sup> ) | Error (%) |
|---------------------------|----------------------|-----------------------------------|--|--|-----------|
| สี่เหลี่ยมผืนผ้า          | 0.135                | 1.07                              | 0.00864  | 0.00877  | 1.48      |
| สามเหลี่ยมมุมฉาก          | 0.100                | 0.98                              | 0.00291  | 0.00288  | 1.29      |
| สามเหลี่ยมหน้าจั่ว        | 0.120                | 0.94                              | 0.00236  | 0.00239  | 1.31      |

6. ผลการเปรียบเทียบความเฉลี่ยที่เกิดจากการแกว่งที่ตำแหน่งที่ทำให้โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเป็นสองเท่าของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล เทียบกับความเฉลี่ยที่เกิดจากการแทนค่าวิกฤตลงในสมการพหุนาม

ผลการทดลองหาคาบการแกว่ง ณ ตำแหน่งที่ทำให้โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเป็นสองเท่าของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล  $d_T$  (ดูรายละเอียดการหาค่า  $d_T$  ของวัตถุแต่ละรูปทรงในภาคผนวก) แสดงในตาราง 10

ตาราง 10 แสดงความเฉลี่ยที่เกิดจากการแกว่งที่ตำแหน่งที่ทำให้โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเป็นสองเท่าของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล เทียบกับความเฉลี่ยที่เกิดจากการแทนค่าวิกฤตลงในสมการพหุนาม

| รูปทรง     | ระยะ $d_T$ (เมตร) | ครั้งที่รอบ (รอบ) | เวลา (วินาที) | คาบ (วินาที) | คาบเฉลี่ย $[T_{MIN-THEORY}]$ (วินาที) | ระยะ $d_C$ (เมตร) | สมการความถี่พังก์ชันของ $T_{AV}$ กับ $d_C$ | คาบเฉลี่ย (วินาที) | ความแตกต่างระหว่าง $[T_{MIN-CRISIS}]$ กับ $[T_{MIN-THEORY}]$ (วินาที) |
|------------|-------------------|-------------------|---------------|--------------|---------------------------------------|-------------------|--|--------------------|---|
| สี่เหลี่ยม | 0.1443            | 1 20              | 21.39         | 1.070        |                                       |                   | $T = 459.5d^4 - 399.22d^3 +$               |                    |   |
| สี่เหลี่ยม |                   | 2 20              | 21.36         | 1.068        |                                       |                   |  | 1.0690             | 0.0011 (0.103%)   |
| สี่เหลี่ยม |                   | 3 20              | 21.33         | 1.066        | 1.068                                 | 0.139             | $130.26d^2 - 18.004d +$                    |                    |   |
| สี่เหลี่ยม |                   | 4 20              | 21.36         | 1.068        |                                       |                   | 1.9561                                     |                    |   |
| สี่เหลี่ยม |                   | 5 20              | 21.35         | 1.068        |                                       |                   |  |                    |   |

ตาราง 10 (ต่อ)

| รูปทรง                 | ระยะ<br>$d_T$<br>(เมตร) | ครั้งที่<br>รอบ<br>(รอบ) | จำนวน<br>รอบ<br>(รอบ) | เวลา<br>(วินาที) | คาบ<br>(วินาที) | คาบเฉลี่ย<br>[ $T_{\text{MIN-THEORY}}$ ]<br>(วินาที) | ระยะ<br>$d_C$<br>(เมตร) | สมการความสัมพันธ์ของ<br>$T_{\text{AV}}$ กับ $d_C$        | คาบเฉลี่ย<br>[ $T_{\text{MIN-CRISIS}}$ ]<br>(วินาที) | ความแตกต่าง<br>ระหว่าง<br>[ $T_{\text{MIN-CRISIS}}$ ] กับ<br>[ $T_{\text{MIN-THEORY}}$ ]<br>(วินาที) |
|------------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------------|------------------|-----------------|--|-------------------------|--|--|--|
| สามเหลี่ยม<br>มุมฉาก   | 0.1179                  | 1                        | 20                    | 19.67            | 0.9835          |  |                         |  |  |  |
|                        |                         | 2                        | 20                    | 19.64            | 0.9820          |  |                         |  |  |  |
|                        |                         | 3                        | 20                    | 19.70            | 0.9850          | 0.9834   | 0.117                   | $T = 7.33.33d^4 - 540d^3 + 150.17d^2 - 17.65d + 1.71$    | 0.9810   | 0.0024<br>(0.244%)   |
|                        |                         | 4                        | 20                    | 19.70            | 0.9850          |  |                         |  |  |  |
|                        |                         | 5                        | 20                    | 19.63            | 0.9815          |  |                         |  |  |  |
| สามเหลี่ยม<br>หน้าจั่ว | 0.1104                  | 1                        | 20                    | 18.71            | 0.9355          |  |                         |  |  |  |
|                        |                         | 2                        | 20                    | 18.72            | 0.9360          |  |                         |  |  |  |
|                        |                         | 3                        | 20                    | 18.71            | 0.9355          | 0.9362   | 0.106                   | $T = 976.56d^4 - 703.13d^3 + 185.94d^2 - 20.375d + 1.72$ | 0.9350   | 0.0012<br>(0.128%)   |
|                        |                         | 4                        | 20                    | 18.75            | 0.9375          |  |                         |  |  |  |
|                        |                         | 5                        | 20                    | 18.73            | 0.9365          |  |                         |  |  |  |

จากตารางผลการทดลองข้างต้น สามารถวิจารณ์ผลการทดลองได้ ดังนี้

1. จากตาราง 2, 4 และ 6 การพิจารณาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปเรขาคณิตแบบแผ่นบางจำนวน 3 รูปแบบ ได้แก่ สี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พบว่าจากการแทนค่าคาบการแกว่งเฉลี่ย ลงในสมการ  $I_{Z_{CM}} = \frac{mgdT^2}{4\pi^2} - md^2$  นั้นให้ผลที่น่าเชื่อถือ เมื่อเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎี โดยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าทางทฤษฎีอยู่ระหว่างร้อยละ 1.06 - 1.67 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าทางทฤษฎีอยู่ระหว่างร้อยละ 0.64 - 2.38 และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าทางทฤษฎีอยู่ระหว่างร้อยละ 0.25 - 3.68 นั้นแสดงให้เห็นถึงภาพรวมของการทดลองว่าการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแบบแผ่นบางรูปเรขาคณิตทั้งสามรูปแบบ จะอยู่ระหว่างร้อยละ 0.25 - 3.68 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้คือ มีคลาดคลาดเคลื่อนไม่เกินร้อยละ 5 และเมื่อพิจารณาค่า  $I_{Z_{CM}}$  ที่ได้จากการทดลองและค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากสูตรทางทฤษฎีของวัตถุแบบแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการทดลอง พบว่า วัตถุแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีค่ามากที่สุด วัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีค่ามากรองลงมา และวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีค่าน้อยที่สุด

2. จากตาราง 2, 4 และ 6 ยังพบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างคาบเวลาเฉลี่ยกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลไม่แสดงผลในลักษณะความสัมพันธ์เชิงเส้น แต่พบว่ากราฟผลการทดลองอยู่ในลักษณะของรูปกราฟพาราโบลาหงาย ดังภาพประกอบ 19, 22 และ 25 จึงต้องพิจารณาค่าแห่งเปลี่ยนแปลง โคนั้นก็คือ จุดวิกฤตของสมการพหุนาม ซึ่งผู้วิจัยได้นำค่าคาบการแกว่งเฉลี่ยในแต่ละตำแหน่ง มาเขียนกราฟคู่กับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางมวล จำนวน 5 ข้อมูล ต่อวัตถุแผ่นบางรูปเรขาคณิต 1 รูปแบบ และทำการกำหนดเส้นแนวโน้มสองรูปแบบ คือ สมการพหุนามกำลังสอง และสมการพหุนามกำลังสี่ พบว่า เส้นแนวโน้มที่เกิดจากการกำหนดรูปสมการเป็นพหุนามกำลังสอง ดังภาพประกอบ 20, 23 และ 26 นั้น ผ่านจุดข้อมูลน้อยกว่า เมื่อกำหนดรูปสมการให้เป็นพหุนามกำลังสี่ ดังภาพประกอบ 21, 24 และ 27 ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ หรือ R square หรือ  $R^2$  โดยค่า  $R^2$  หมายถึงสัดส่วนที่ตัวแปรต้นสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามได้ หรือเป็นตัวที่แสดงประสิทธิภาพของสมการนั่นเอง ค่า  $R^2$  มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 และไม่มีหน่วย ถ้า  $R^2$  มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่า สมการที่ได้มีประสิทธิภาพสูงเชื่อถือได้ ถ้าเข้าใกล้ 0 แสดงว่า สมการที่ได้มีประสิทธิภาพต่ำ ซึ่งจากการสร้างเส้นแนวโน้มและกำหนดสมการให้ผลคือ

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อกำหนดสมการของเส้นแนวโน้มให้เป็นสมการพหุนามกำลังสอง เส้นแนวโน้มจะผ่านจุดข้อมูลเพียง 1 จุด และมีค่า  $R^2$  คือ 0.9593 แต่เมื่อกำหนดสมการของเส้นแนวโน้มให้เป็นสมการพหุนามกำลังสี่ เส้นแนวโน้มจะผ่านจุดข้อมูลครบ 5 จุด และมีค่า  $R^2$  คือ 1

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดสมการของเส้นแนวโน้มให้เป็นสมการพหุนามกำลังสอง เส้นแนวโน้มจะเฉียด แต่ไม่ผ่านจุดข้อมูลใดเลย และมีค่า  $R^2$  คือ 0.8805 แต่เมื่อกำหนดสมการของเส้นแนวโน้มให้เป็นสมการพหุนามกำลังสี่ เส้นแนวโน้มจะผ่านจุดข้อมูลครบ 5 จุด และมีค่า  $R^2$  คือ 1

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เมื่อกำหนดสมการของเส้นแนวโน้มให้เป็นสมการพหุนามกำลังสอง เส้นแนวโน้มจะเฉียด แต่ไม่ผ่านจุดข้อมูลใดเลย และมีค่า  $R^2$  คือ 0.8934 แต่เมื่อกำหนดสมการของเส้นแนวโน้มให้เป็นสมการพหุนามกำลังสี่ เส้นแนวโน้มจะผ่านจุดข้อมูลครบ 5 จุด และมีค่า  $R^2$  คือ 1

ดังนั้น ในการเลือกพหุนามที่จะนำไปหาค่าวิกฤตจึงเลือกใช้สมการความสัมพันธ์ระหว่างคาบ (T) กับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวล (d) ในรูปสมการพหุนามกำลังสี่

3. จากตาราง 8 และ 9 ในการเปรียบเทียบระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบต่ำสุด 3 วิธี ได้แก่ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดทางทฤษฎี ( $d_T$ ), ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการทดลอง ( $d_E$ ) และระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการหาค่าวิกฤต ( $d_C$ ) ของวัตถุแผ่นบางรูปเรขาคณิตทั้งสามรูปแบบ ได้ผลดังนี้

ในกรณีของวัตถุแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า พบว่าระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดทางทฤษฎี ( $d_T$ ) ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการทดลอง ( $d_E$ ) และ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการหาค่าวิกฤต ( $d_C$ ) คือ 14.43 , 13.5 และ 13.9 เซนติเมตรตามลำดับ ซึ่งจากการที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้เจาะรู จำนวน 5 รู ที่ตำแหน่ง 22.5, 18.0, 13.5, 9.0 และ 4.5 เซนติเมตรนั้น พบว่าทั้งค่า  $d_T$  และ  $d_C$  เป็นระยะที่อยู่ระหว่างรูเจาะที่ 2 และ 3 แต่ใกล้รูเจาะที่ 3 มากกว่ารูเจาะที่ 2

ในกรณีของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พบว่าระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้เกิดคาบการแกว่งต่ำสุดทางทฤษฎี ( $d_T$ ) ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้เกิดคาบการแกว่งต่ำสุดจากการวัดวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากการทดลองและค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากสูตรทางทฤษฎีมากรองลงมา ( $d_E$ ) และ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้เกิดคาบการแกว่งต่ำสุดจากการหาค่าวิกฤต ( $d_C$ ) คือ 11.79, 10.0 และ 11.7 เซนติเมตร ตามลำดับ ซึ่งจากการที่

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้เจาะรู จำนวน 5 รู ที่ตำแหน่ง 25.0, 20.0, 15.0, 10.0 และ 5.0 เซนติเมตรนั้น พบว่าทั้งค่า  $d_r$  และ  $d_c$  เป็นระยะที่อยู่ระหว่างรูเจาะที่ 3 และ 4 แต่ใกล้รูเจาะที่ 4 มากกว่ารูเจาะที่ 3

ในกรณีของวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พบว่าระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดทางทฤษฎี ( $d_r$ ) ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการทดลอง ( $d_e$ ) และ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้คาบการแกว่งต่ำสุดจากการหาค่าวิกฤต ( $d_c$ ) คือ 11.04, 12.0 และ 10.6 เซนติเมตร ตามลำดับ ซึ่งจากการที่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้เจาะรู จำนวน 5 รู ที่ตำแหน่ง 20.0, 16.0, 12.0, 8.0 และ 4.0 เซนติเมตรนั้น พบว่าทั้งค่า  $d_r$  และ  $d_c$  เป็นระยะที่อยู่ระหว่างรูเจาะที่ 3 และ 4 แต่ใกล้รูเจาะที่ 3 มากกว่ารูเจาะที่ 4

4. จากตาราง 10 เมื่อเปรียบเทียบค่าคาบการแกว่งต่ำสุดทางทฤษฎี ( $T_{\text{MIN-THEORY}}$ ) กับค่าคาบการแกว่งที่เกิดจากการแทนค่า  $d_c$  วิกฤตลงในสมการพหุนามกำลังสี่ ( $T_{\text{MIN-CRISIS}}$ ) พบว่าคาบการแกว่งจากทั้งสองกรณีนี้มีค่าที่ใกล้เคียงกันมาก โดยแตกต่างกันเพียงในระดับมิลลิวินาที มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ระหว่างร้อยละ 0.103 - 0.244 เท่านั้น

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## สรุปผลและข้อเสนอแนะ

### สรุปผล

การวิจัยในครั้งนี้ให้ผลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยคิดเป็นอัตราร้อยละ 100 โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ชุดทดลองฟิสิกส์เพนคูล์มรูปเรขาคณิตแบบแผ่นบางสามารถหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้อย่างยอดเยี่ยม เมื่อเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดลองกับค่าที่คำนวณได้ในทางทฤษฎีมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี โดยค่าที่เกิดจากการทดลองมีความคลาดเคลื่อนอยู่ระหว่างร้อยละ 0.25 - 3.68 เท่านั้น

2. ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล ( $I_{Z_{CM}}$ ) ของวัตถุแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยค่า  $I_{Z_{CM}}$  ที่ได้จากการทดลองมีความสอดคล้องกับค่า  $I_{Z_{CM}}$  ที่คำนวณทางทฤษฎี มีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าร้อยละ 5 ทุกวัตถุที่ศึกษา

3. ค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากการทดลองและค่า  $I_{Z_{CM}}$  จากสูตรทางทฤษฎีของวัตถุแผ่นบางรูปเรขาคณิตที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ทำให้ได้ค่าการแกว่งต่ำสุดจากการทดลอง พบว่า วัตถุแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีค่ามากที่สุด วัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีค่ารองลงมา และวัตถุแผ่นบางรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีค่าน้อยที่สุด

4. ตำแหน่งที่ทำให้ได้ค่าการแกว่งมีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยต่ำสุดที่เกิดจากผลของการแกว่งในการทดลองกับผลการคำนวณทางทฤษฎีมีความสอดคล้องกันอย่างมาก โดยค่าทั้งสองมีความแตกต่างกันในระดับมิลลิวินาทีเท่านั้น โดยจะเป็นตำแหน่งที่โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเป็นสองเท่าของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลด้วย

นอกจากนี้งานวิจัยยังมีประโยชน์ต่อการศึกษาในระดับมัธยมศึกษา และระดับอุดมศึกษา โดยสามารถนำแนวคิดนี้ไปประยุกต์ใช้ออกแบบชุดการทดลองเพื่อศึกษาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแผ่นบางอื่น ๆ ในรูปแบบที่ง่ายหรือหลากหลายมากขึ้น โดยเลือกใช้อุปกรณ์ที่มีราคาถูก และสามารถหาได้ง่ายในชีวิตประจำวัน

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

### ข้อเสนอแนะ

1. การใช้อุปกรณ์จับเวลาเนื่องจากการทดลองที่ต้องการให้อุปกรณ์การทดลองสามารถหาได้ง่ายจากท้องถิ่น จึงเลือกใช้นาฬิกาจับเวลา ซึ่งการจับเวลาอาจให้ความคลาดเคลื่อน



อย่างสุ่ม เนื่องจากผู้จับเวลาต้องใช้สายตาในการคาดคะเน เมื่อลูกตุ้มพีสิคัลเคลื่อนที่ครบรอบตามจำนวนที่ต้องการ ซึ่งเวลาอาจมีผลคลาดเคลื่อน + 0.05 ถึง 0.15 วินาที ในการที่สมองสั่งการให้นิ้วมือกดปุ่มหยุดเวลา ผู้วิจัยจึงเสนอว่าหากปรับเปลี่ยนอุปกรณ์จากเครื่องจับเวลาให้เป็นอุปกรณ์ที่มีมาตรฐานมากขึ้นและลดการทำงานของมนุษย์ เช่น เซนเซอร์ และ โฟโตเกต น่าจะให้ผลการทดลองที่แม่นยำมากขึ้น

2. รูที่ใช้แขวนวัตถุที่ถูกเจาะขึ้นควรมีขนาดพอดีกับวัตถุที่ใช้เป็นแกนสำหรับแขวน เพราะหากรูที่เจาะมีขนาดใหญ่กว่าแกนที่ใช้สำหรับแขวนมาก ๆ จะทำให้แผ่นวัตถุเกิดการส่ายไปทางด้านหน้าและหลัง ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ที่ไม่อยู่ในระนาบเดียวและถือว่าเป็นการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย โดยผู้วิจัยได้ทดสอบกับขาค้างหลายประเภท และพบว่าการใช้ขาค้างที่มีแผ่นอะคริลิกใสและมีสเกลกำกับ เป็นอุปกรณ์ที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจาก ทราบมุมในการแกว่งที่ชัดเจน และ ไม่มีลมมารบกวน สังเกตและนับคาบการแกว่งได้ง่าย

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี